Comment favoriser un enseignement démocratique des mathématiques au Sénégal ?[24]

Mouhamadou El Hady BA

Université Cheikh Anta Diop

Introduction

Il est curieux de constater que peu de personnes voient la contradiction qu'il y a à se déclarer éduqué et intelligent mais incapable de saisir la moindre opération mathématique allant au-delà de l'arithmétique élémentaire. Par ailleurs, beaucoup d'enseignants spécialisés en mathématiques considèrent que leur fonction n'est pas d'enseigner les mathématiques à tout un chacun mais de permettre à chacun de leurs élèves de développer leur potentiel, de les sélectionner et de les classer selon leurs capacités mathématiques (voir par exemple Anderson *et al*., 2018 ou Chestnut *et al*., 2018).

De telles idées reposent sur une vision des mathématiques aussi ancienne que la discipline : un **mélange d'innéisme et d'élitisme**. Dans *Le Ménon* (80d1-86d2), déjà, Platon prétendait démontrer que même un esclave ignorant de toute mathématique était capable de se remémorer, avec la bonne méthode, la solution d'un problème mathématique complexe. L'on pourrait voir là les germes d'un égalitarisme cognitif radical. Il se trouve cependant que le même Platon affirmait, dans *La République*, une stricte différenciation des âmes individuelles : seuls certains individus disposent d'âmes les rendant aptes à la recherche du savoir, notamment mathématique. Platon restaure ainsi l'élitisme en montrant que si les capacités cognitives sont innées, elles ne sont pas égales. Cet élitisme implicite ou explicite est de nature à déresponsabiliser les enseignants et à favoriser dans la société une conception selon laquelle seule une minorité serait capable de devenir performante en mathématiques. Ces dernières seraient donc un outil idéal pour sélectionner les élites.

L'on pourrait trouver cette conception quelque peu antidémocratique. Est-elle fausse pour autant ? Cette note vise à montrer que **les données scientifiques dont nous disposons**

[24] Pour citer ce document, merci d'utiliser la référence suivante : Ba, M. E. H. (2024). Comment favoriser un enseignement démocratique des mathématiques au Sénégal ? In *Conférence de consensus « Enseignement et apprentissage des mathématiques au primaire » : Notes des experts* (p. 59-70). Confemen, Cnesco-Cnam.

nous permettent de remettre en cause cet élitisme. La démocratisation des mathématiques est importante pour au moins deux raisons. La première est que la maîtrise des mathématiques est un outil de promotion sociale et de développement économique extrêmement puissant, la plupart des avancées socioéconomiques et technologiques reposant ultimement sur elles. La seconde est que les mathématiques, au même titre que les autres disciplines transversales permettent de former un citoyen rationnel et compétent, capable de discuter des problèmes de société et de participer à la vie de sa société de manière informée et rationnelle. Comprendre que l'éducabilité mathématique est universelle et mettre en place les stratégies pédagogiques pertinentes pour accomplir cet objectif est donc essentiel.

Dans un premier temps, nous allons discuter de l'universalité ou non de la capacité mathématique. Nous allons voir que des travaux de sciences cognitives montrent que tous les humains disposent de certaines compétences innées qui sont réinvesties dans la compétence mathématique. Dans un deuxième temps, nous allons nous intéresser plus spécifiquement aux méthodes pédagogiques et à l'impact de l'attitude des adultes sur le succès ou l'échec des élèves. Nous parlerons de l'incompétence acquise et des conceptions fixistes et incrémentales de l'intelligence pour montrer que la conception adoptée à la fois par un élève et son enseignant peut être déterminante pour l'efficacité de l'enseignement reçu. Nous verrons également que nous disposons désormais de suffisamment d'études scientifiques solides pour promouvoir en toute confiance un certain nombre de pratiques enseignantes et nous méfier d'autres pratiques qui, pourtant, semblent intuitivement efficaces. Dans un dernier temps, nous allons nous intéresser à la meilleure manière de mobiliser les traditions et connaissances endogènes africaines afin d'améliorer et surtout de démocratiser notre système d'enseignement mathématique. L'on soulignera également la nécessité de procéder avec prudence dans ce domaine afin d'éviter certains écueils.

A. Une éducabilité mathématique universelle

Les phrénologues, des psychologues du XIX^{e} siècle disciples de Franz Josef Gall, avaient cette vision selon laquelle les **cavités visibles du crâne étaient révélatrices des capacités cognitives de l'individu**. De manière fameuse, certains, censés disposer d'une bosse des mathématiques, seraient doués en mathématiques alors que les autres, n'en disposant pas, seraient nativement incapables de faire preuve de la moindre compétence dans cette discipline. L'on est revenu de ces théories phrénologiques. Cependant, elles proposent une solution, certes fausse à un problème important : les mathématiques sont-elles apprenables et si oui, comment ?

Depuis le début des années 1990, des progrès extraordinaires ont été accomplis dans la compréhension du **rôle du cerveau humain dans l'apprentissage et le développement des mathématiques**, notamment grâce à des travaux d'imagerie médicale du cerveau et à différentes recherches s'intéressant à des peuples locuteurs de langues ne disposant pas d'un lexique mathématique développé. Que nous apprennent ces recherches sur le rapport entre le cerveau humain et les mathématiques et, par ricochet, sur l'éducabilité mathématique ?

L'on se souvient que Jean Piaget (Piaget & Szeminska, 1997 ; Piaget *et al.*, 1948) soutenait que l'enfant ne pouvait appréhender les concepts abstraits pendant le stade sensorimoteur, qu'il situait de la naissance jusqu'à l'âge de deux ans. Piaget soutenait également que les capacités d'abstraction et de métacognition ne survenaient qu'au stade dit des opérations formelles, qu'il situait autour de dix, onze ans. Cela a eu pour conséquence l'émergence d'un courant promoteur d'une éducation mathématique qui devait s'appuyer, avant ce stade, sur l'empirisme et la manipulation des objets – et éviter l'abstraction et la méthode hypothético-déductive par exemple.

Focus 2. Le développement cognitif selon Piaget

Jean Piaget est un psychologue de l'enfant du XXe siècle. Il postulait que le développement de l'enfant passe par trois stades principaux :

- Le stade **sensori-moteur** (de la naissance à deux ans) : « le bébé interprète le monde qui l'entoure sur la base de ses sens (sensori-) et de ses actions (moteur) […]. Il apprend certaines règles […] sur le fonctionnement du monde physique et sur sa capacité à agir dessus » (Houdé, 2011, p. 11) ;
- Le stade des **opérations concrètes** (de deux à onze ans) : l'enfant se sert des règles précédemment apprises, « mais cette fois avec une distance par rapport au réel. Il se met à les intérioriser et à la combiner mentalement. Par ce processus cognitif fondamental (intériorisation – combinaison), les actions (réelles) deviennent des *opérations* mentales » (*ibid*., p. 12) ;
- Le stade des **opérations formelles** (à partir de douze ans) : à ce stade, « l'enfant, devenu adolescent, acquiert la capacité de raisonner sur des propositions logiques, des idées, des hypothèses » (*ibid*., p. 12).

La théorie piagétienne est aujourd'hui remise en question : il semblerait en effet que le développement des enfants ne soit pas aussi linéaire que ce que suggère ce modèle.

En opposition à cette thèse de Piaget, l'un des résultats les plus importants des sciences cognitives de ces dernières années est que, s'il n'y a pas quelque chose d'aussi simple que la bosse des mathématiques postulée par la phrénologie de Franz Josef Gall, il n'en demeure pas moins qu'il y a un **substrat neuronal aux différentes compétences constituant les mathématiques**. De plus, la **capacité d'abstraction est quasiment innée**, s'observant dès 4,5 mois selon Izard *et al*. (2009).

Concernant notre appréhension des nombres, il existe, non seulement chez l'humain mais également chez certaines espèces animales, ce qu'on pourrait nommer un « **sens du nombre** » ou une « numérosité innée » qui permet, hors de tout entraînement, de **saisir et de manipuler des nombres et de s'en servir dans les activités quotidiennes**. La prise de conscience de l'existence et de la nature de ce sens numérique est un premier élément qui permet de sortir de l'idée d'un élitisme des mathématiques qui serait tel que seuls certains humains seraient capables de comprendre cette discipline. De manière plus précise, ce qui a été découvert, c'est que ce **sens numérique est un composite mobilisant différents circuits neuronaux et ayant deux dimensions distinctes**. Le sens numérique repose sur deux systèmes cognitifs distincts et complémentaires : le système de suivi des objets et le système de numération approximative.

- Le **système de suivi des objets** permet au nourrisson, dès la naissance, de discriminer entre deux ou trois objets ou d'associer un nombre précis d'objets avec le nombre de sons correspondant. On a là une **proto-appréhension de la cardinalité**. Ce système est précis mais a l'inconvénient de ne pouvoir traiter qu'un tout petit nombre : généralement trois pour les enfants et quatre pour les adultes et certains animaux. Pour Dehaene, ce système repose sur ce qu'il nomme la **subitisation** (c'est-à-dire une perception immédiate et non verbale des quantités) et sur le **comptage préverbal** (c'est-à-dire la capacité d'apparier un ensemble avec un autre – voir par ex. Gallistel & Gelman, 1992). Subitisation et comptage préverbal sont immédiats et de l'ordre de l'intuition mais valables seulement pour des quantités inférieures à quatre. Au-delà, le traitement prend du temps et le langage intervient.

- Le **système de numération approximative**, quant à lui, traite les grands nombres et permet une **estimation rapide et une comparaison des grandes quantités**. Il n'est pas précis mais permet une comparaison fiable d'ensembles d'objets pour peu que leur nombre diffère d'environ 15 %. Cela signifie que même un enfant qui ne sait pas compter saura qu'un ensemble de 115 objets est plus grand qu'un autre qui n'en fait que 100 et saura très rapidement répondre à des questions relatives à des ajouts et des retraits et cela, bien avant d'avoir acquis les concepts d'addition et de soustraction. Cela va à l'encontre des thèses de Piaget, selon qui les concepts d'ensemble et de nombres ne sauraient être saisis par l'enfant avant la toute fin du stade pré-opérationnel (autour de six, sept ans).

Des travaux d'anthropologie menés chez les Mundurucus et les Pirahãs, des peuples amazoniens dont **les langues ne contiennent pas de mots précis pour les nombres au-delà trois ou quatre**, ont permis de confirmer ces découvertes et de nous donner des indications sur la meilleure manière de les exploiter pour favoriser l'éducation mathématique. Les Mundurucus et les Pirahãs ont des langues où la numérotation n'existe que de 1 à 5. Leur système linguistique est qualifié de « **one, two, many system** » parce qu'au-delà de 5, ils parlent indifféremment de plusieurs, sans plus de précision. Et même en-deçà de 5, chez les Mundurucus, seuls les nombres 1 et 2 sont utilisés comme dénotant une quantité précise. De la même manière que nous dirions indifféremment une dizaine pour désigner un groupe de 8 ou de 12 personnes sans que cela paraisse inconvenant à un locuteur de la langue française, « à l'exception des mots pour 1 et 2, tous les numéraux étaient utilisés en relation avec une classe de quantités approximatives plutôt qu'avec un nombre précis. » (Pica *et al*., 2004, p. 500 – c'est nous qui traduisons). Des tests ont montré que si les locuteurs exclusifs de ce type de langues peuvent répondre par exemple à la question de savoir combien font « 2 + 1 » ou « 1 + 1 », il leur est impossible de faire des calculs aussi simples que « 3 + 4 » ou « 5 + 2 », ou encore de dire si « 3 + 4 » est plus grand que « 5 + 4 » ou « 6 + 2 ». Leurs performances lors des opérations de soustraction ou d'addition décroissent à mesure que la taille des nombres impliqués augmente. *A contrario*, en ce qui concerne l'estimation de résultats d'opérations impliquant les grandes quantités, les Mundurucus réussissent aussi bien que le groupe témoin constitué de Français.

De tout ce qui précède, l'on peut tirer deux conclusions :

1. D'une part, **le substrat cognitif qui permet l'apprentissage mathématique est commun à tous les humains indépendamment de leur culture** ;

2. D’autre part, si l'éducabilité mathématique est le propre de l’homme, **l'éducation mathématique est dépendante des structures cognitives et sociales mises en place**, et de la langue utilisée par exemple.

Si tout humain est éducable mathématiquement, la question qui se pose est celle de savoir si tout humain peut atteindre un niveau donné en mathématiques. L’idée répandue chez les enseignants de mathématiques selon laquelle certains seraient naturellement doués pour les mathématiques alors que d’autres ne le seraient pas perd de sa force et de sa justification. La question est donc pédagogique. Comment faut-il éduquer les humains pour qu’ils développent les compétences mathématiques attendues ? Là encore, les résultats de recherche nous permettent de faire des choix favorisant la démocratisation de l’accès aux mathématiques.

B. Éduquer efficacement aux mathématiques

Si, comme nous l’avons vu, tout humain est mathématiquement éducable, cela renverse la vision de l'éducation mathématique. On ne peut plus concevoir cette discipline comme un moyen de sélection des plus intelligents, mais une discipline qu’en principe toute personne éduquée devrait maîtriser. Si nous n’arrivons pas à enseigner les mathématiques à la majorité des élèves, ce n’est pas parce que cette discipline leur est cognitivement inaccessible mais parce que les choix pédagogiques qui sont les nôtres ne sont pas efficaces. La société tout entière doit changer sa vision de l’enseignement mathématique et veiller à favoriser la démocratisation de la compétence mathématique de la même manière qu’elle veille à la démocratisation de l’acquisition du langage par exemple. Comment est-ce possible ? Pour ce faire, il y a un certain nombre de principes et de résultats de recherches dont les pédagogues, parents et parties prenantes doivent être conscients.

L’incompétence apprise est l'un des premiers dangers qui guettent tout élève. Malheureusement, les enseignants en mathématiques la créent souvent sans même s’en rendre compte. Qu’est-ce que l'incompétence apprise ?

1. Éviter l’incompétence apprise

Le phénomène **d'incompétence apprise** a été décrit pour la première fois par Seligman et Maier en 1967. En résumé, c’est le fait que, chez certains animaux tout comme chez les humains, **l’habituation à l’échec ancre la croyance que les évènements sont hors de contrôle, de sorte que l’on devienne incapable de réagir pour faire cesser un évènement pénible**. Ainsi, des chiens que l’on habitue à recevoir des chocs électriques sans possibilité de les faire cesser finissent par se résigner à ces chocs et les subissent avec fatalisme même quand il leur serait très aisé de s’y soustraire (par exemple parce qu’un simple déplacement de l’autre côté de la cage y suffirait).

Il y a deux aspects à différencier dans l’incompétence en question : **l’incompétence subjective** et **l’incompétence objective**. Si je suis effectivement incapable de résoudre un problème parce que je ne dispose pas des outils qui me permettraient de le résoudre, dans ce cas, mon incompétence est objective. Si, *a contrario*, j’ai les outils qui me permettraient de résoudre le problème mais que je pense que je n’en suis pas capable, dans ce cas, mon incompétence est subjective. La grande découverte de Seligman et Maier, c’est que **l’habituation à l’incompétence objective crée chez un élève une incompétence subjective qui, en retour, provoque une incompétence acquise**. Celle-ci est quasiment objective dans la mesure où un élève cesse d’essayer de résoudre les problèmes auxquels il est confronté par la suite, et ce même s’il devrait y arriver.

Si nous revisitons nos pratiques pédagogiques à la lumière de ce phénomène, on comprend pourquoi beaucoup d'élèves finissent par se convaincre qu’ils sont incapables d’apprendre les mathématiques. La pratique pédagogique consistant à donner des exercices trop difficiles mobilisant des connaissances qui n’ont pas encore été consolidées est sous-tendue par l’idée que les personnes douées en mathématiques ont besoin de s’exercer en résolvant des problèmes difficiles. Ce n’est pas faux. Cependant, si cette méthode permet de favoriser l’apprentissage chez les élèves les plus avancés, elle a tendance à créer une habituation à l’incompétence objective chez la majorité des autres, ce qui, en retour, se consolide en incompétence apprise. Il est primordial, dans l’enseignement des mathématiques, de ne pas entretenir chez la majorité des élèves l’incompétence apprise en leur donnant régulièrement des exercices hors de leur portée. Le fait d’être sensibilisé au phénomène d’incompétence évite aux professeurs de mathématiques d’adopter une méthode pédagogique qui la créerait chez leurs élèves.

Éviter de susciter l’incompétence acquise est certes important, ce n’est cependant pas encore une garantie d’efficacité pédagogique. Pour qu’un enseignement soit efficace, il faut jouer sur deux aspects : la réceptivité des élèves et les compétences des enseignants.

2. Favoriser la motivation à apprendre

Du côté des élèves, nous avons déjà insisté sur le fait qu’il est essentiel d'éviter de susciter l'incompétence acquise. De manière plus générale, deux choses sont importantes pour qu’un élève, qui n’est pas un réceptacle passif, puisse recevoir un enseignement : d’une part, la conception qu’il se fait de l’intelligence, et, d’autre part, sa motivation.

Les travaux de la psychologue Carol Dweck ont en effet montré que quelque chose d’aussi abstrait que la **conception qu’un élève se fait de la nature de l’intelligence humaine** va favoriser, ou au contraire empêcher sa résilience face à la difficulté qui peut survenir dans un processus d’apprentissage. Dweck distingue deux conceptions de l’intelligence : la conception fixiste et la conception incrémentale. Selon la **conception fixiste**, l’intelligence est un attribut naturel que les humains peuvent avoir ou ne pas avoir. De même que l’on s’imaginait que certaines personnes avaient la bosse des maths alors que d’autres n’en disposaient pas, l’on s’imaginait également que certains humains seraient naturellement intelligents alors que d’autres ne le seraient pas. La **conception incrémentale**, quant à elle, fait de l’intelligence un attribut malléable qui peut varier au cours du temps et dépend de l’effort que l’on fait pour le cultiver. Dans cette conception, nul n’est absolument intelligent ni absolument inintelligent. L’on est capable ou non de résoudre un problème en fonction de son entraînement et de l’effort que l’on met afin d’y arriver.

De telles conceptions sont implicitement inférées et intériorisées par les enfants en fonction de la manière dont leurs parents ou leurs enseignants interagissent avec eux. Rattan, Good et Dweck (2012) montrent par exemple que le fait que les enseignants cherchent à consoler les élèves en leur disant « Ce n’est pas grave, tout le monde ne peut pas être bon en maths ! » suffit à induire chez eux une conception fixiste de l'intelligence et, par conséquent, de la compétence mathématique. De même, Gunderson *et al*. (2013) montrent que la manière dont les parents complimentent leurs enfants entre 14 et 36 mois était un bon prédicteur de l'adoption d'une vision incrémentale de l'intelligence vers 7 à 8 ans.

Cela est important parce que Dweck et son équipe ont montré au cours des années que **l'attitude que l'on va avoir face à l'échec et aux processus d'apprentissages diffère radicalement selon la conception de l'intelligence adoptée**. Ceux qui ont une conception fixiste de l'intelligence vont considérer tout échec comme une atteinte à leur identité. De ce fait, ils vont cultiver des stratégies d'évitement de l'échec en ne s'éloignant que rarement de leur zone de confort. À chaque fois qu'ils doivent résoudre un problème trop difficile, ils vont être déstabilisés et vont, par conséquent, développer une incompétence acquise si de telles instances se renouvellent. *A contrario*, les élèves qui ont une vision incrémentale de l'intelligence ne sont pas déstabilisés par la difficulté. Bien au contraire, ils vont considérer que l'échec est une partie intégrante de l'apprentissage. Dweck et Leggett (1988) montrent que les élèves peuvent être motivés soit par un objectif d'apprentissage, soit par un objectif de performance. **Les élèves motivés par un objectif de performance vont se focaliser sur les notes et éviter les difficultés**. Ils vont être découragés par cette dernière et vont attacher leur identité à la note obtenue. **Ceux qui ont un objectif d'apprentissage, quant à eux, vont considérer la difficulté comme le chemin vers la compréhension**. La note dans ce cas n'est que la validation d'un savoir acquis et une rétroaction qui les informe sur l'efficacité de leur procédure d'apprentissage. Ils ne font pas de la mauvaise note une question personnelle et ne sont donc pas démotivés par elle. Autre découverte de Dweck et de son équipe : pour cultiver chez les élèves une conception incrémentale de l'intelligence et un objectif d'apprentissage plutôt qu'un objectif de performance, parents et enseignants doivent être attentifs à ne pas réifier les qualités – fussent-elles positives – de l'enfant et **complimenter et récompenser non pas des qualités intrinsèques supposées immuables, mais le processus par lequel l'apprentissage se fait**. Au lieu de complimenter un enfant sur son intelligence, on peut, par exemple, plutôt le complimenter sur l'effort de réflexion fourni ou l'ingéniosité avec laquelle il a cherché la solution au problème posé.

3. Susciter la métacognition des élèves

La manière d'interagir avec un élève et de lui donner un feedback est essentielle dans son développement intellectuel et sa motivation. Un feedback ou rétroaction est une **information donnée à un élève sur sa production**. John Hattie et Helen Timperley (2007) montrent que la plupart des enseignants ne donnent malheureusement pas un feedback efficace, c'est-à-dire un feedback qui permette à un élève d'améliorer ses apprentissages.

Pour Hattie et Timperley, un feedback efficace doit absolument répondre à trois questions concernant la performance d'un élève :

- Quel objectif essayons-nous d'atteindre ?
- Comment le travail présenté se place-t-il dans l'atteinte de cet objectif ?
- Que reste-t-il à accomplir ?

Un bon feedback se doit donc de susciter la métacognition d'un élève afin de lui permettre de s'améliorer en rappelant l'objectif pédagogique. Pour ce faire, il est important de non seulement fournir la bonne réponse et d'évaluer la réponse qui a été donnée, mais surtout de dire précisément ce qui, dans la réponse, permet d'atteindre le but assigné et ce qui en éloigne – en donnant des indications sur la bonne manière de résoudre le problème posé. Il est crucial de ne pas se limiter à une évaluation globale du travail réalisé, et encore moins de l'élève qui l'a effectué, mais **d'entrer dans le détail pour analyser objectivement les procédures mises en œuvre afin d'indiquer des voies d'amélioration**.

Focus 3. Qu'est-ce que la métacognition ?

Supposons que je vous demande quelle est la capitale du Guatemala. Vous pouvez soit donner tout de suite la bonne réponse, soit dire que vous ne savez pas. Il nous arrive également de dire : « Attends, je ne me souviens pas de la bonne réponse mais je la connais. Je l'ai d'ailleurs sur le bout de la langue ! ». Savoir que l'on ne sait pas et savoir que l'on sait et que l'on pourrait se ressouvenir de la réponse relèvent d'un niveau de réflexion qui va au-delà de la simple production ou non production de la réponse attendue. Ce niveau est dit métacognitif. **La métacognition est la capacité à prendre pour objet ses propres processus de pensée et d'apprentissage et à produire un jugement sur eux**. Cette capacité à entretenir des pensées sur ses propres pensées est très importante pour l'apprentissage humain. Une question qui se pose dans la littérature est celle de savoir si tout apprentissage est nécessairement métacognitif et si la métacognition se rencontre également chez les animaux non-humains qui sont également capables d'apprentissage (Proust, 2013 ; 2019). Des chercheurs (Goupil *et al.*, 2016) ont montré que la métacognition était présente chez le bébé humain autour de 20 mois.

À part les feedbacks bien calibrés, quelles méthodes pédagogiques sont les plus efficaces pour enseigner les mathématiques ? John Hattie, que nous avons déjà cité, permet justement d'apporter des éléments de réponse à cette question. Mathématicien et spécialiste de l'évaluation des apprentissages des élèves, John Hattie est connu pour avoir produit, en 2008, l'ouvrage *Visible Learning* : ce livre est une étude de plus de 800 méta-analyses[25] concernant l'enseignement fondée sur les preuves analysant près de 53 000 études couvrant plus de 100 millions d'élèves dans de nombreux pays. Dans son ouvrage *Visible Learning for Mathematics, Grades K-12 What Works Best to Optimize Student Learning* (2017), consacré aux mathématiques, Hattie retient plusieurs conditions nécessaires à la mise en place d'un enseignement efficace des mathématiques : **aider les élèves à articuler leurs processus de réflexion** lorsqu'ils résolvent des problèmes de mathématiques, **se focaliser sur la manière de penser des élèves** afin d'aider à révéler et à lever les éventuels obstacles pédagogiques, **fournir le bon type de rétroaction** dont

[25] Une méta-analyse recense de façon standardisée et systématique les résultats d'un nombre important d'études expérimentales indépendantes sur un sujet donné. Une analyse statistique permet ensuite de comparer et de synthétiser les résultats significatifs issus des recherches expérimentales sélectionnées afin de mesurer l'efficacité d'une méthode ou d'une intervention. À ce sujet, voir par exemple Fagnant, 2023.

nous avons déjà parlé et **privilégier l'enseignement explicite** plutôt que de laisser l'élève découvrir tout seul la bonne manière de résoudre les problèmes.

C. Quid du contexte africain ?

Tout ce dont nous avons parlé jusqu'ici est universel. Y a-t-il, devrait-il y avoir, une spécificité africaine dans l'enseignement des mathématiques ? Il nous semble que la démocratisation des mathématiques dans un pays comme le Sénégal ne peut faire l'impasse sur les spécificités locales. Malheureusement, **il y a très peu d'études scientifiques qui font le lien entre les pratiques traditionnelles et l'enseignement actuel des mathématiques**. Nos développements dans cette partie du rapport ont donc une valeur plus programmatique. Si la plupart des stratégies efficaces reposent sur le développement d'une motivation intrinsèque à apprendre et de la confiance en ses capacités à résoudre les problèmes mathématiques, pour peu que l'on mobilise les bonnes ressources, on peut supposer qu'une bonne manière de susciter l'intérêt et la compétence mathématiques et de combattre l'incompétence acquise serait de montrer aux élèves qu'il existe des traditions mathématiques endogènes et de mobiliser ces dernières pour développer leurs compétences mathématiques.

Dans nos sociétés traditionnelles, contrairement à une idée reçue datant de la colonisation, des mathématiques sont bel et bien présentes, depuis l'os d'Ishango (20 000 ans av. J.-C.) jusqu'à présent. Les recherches du mathématicien et anthropologue mozambicain Paulus Gerdes montrent par exemple qu'il y a une **tradition endogène d'encodage de découvertes mathématiques à travers les artefacts et via les jeux mathématiques**. Gerdes (1995, 2009) montre que les artefacts issus de l'artisanat endogène à certaines sociétés africaines encodent des figures géométriques que la seule démarche empirique n'aurait permis ni de découvrir, ni de reproduire, mais qui nécessitent un raisonnement mathématique de haut niveau. Plus près de nous, un jeu comme l'awalé, présent dans toute l'Afrique de l'Ouest, peut être utilisé pour développer de manière ludique un certain nombre de compétences mathématiques – allant de la subitisation posée par Dehaene au calcul mental, en passant par l'association entre ordinal et cardinal.

Un enseignement des mathématiques reposant sur les langues locales et les savoirs endogènes ne pourrait cependant se faire sans une **réflexion sur les structures mathématiques et linguistiques présentes** et leurs avantages tout autant que leurs inconvénients. On peut citer ici deux exemples : l'un anecdotique, l'autre, plus sérieux, dérivé des travaux du philosophe Abdoulaye Elimane Kane.

Commençons par l'anecdotique. Au Sénégal, l'unité de compte de la monnaie en langage vernaculaire est non pas le franc mais la plus petite pièce de monnaie usitée, c'est-à-dire la pièce de 5 francs. De ce fait, que ce soit en pulaar ou en wolof (respectivement *mbuudu* et *dërëm*), **les enfants apprennent à compter les multiples de 5 francs**. Ainsi, au moment où il arrive à l'école et apprend formellement les mathématiques, il a déjà intégré que la pièce de 50 francs correspond non pas à 50 fois l'unité de compte, mais à 10 fois l'unité de compte. C'est donc tout naturellement qu'il fera l'identification entre 50 et 10 puisque *bu-sappo* (littéralement « unité de compte du franc-10 ») ou *fukki dërëm* (littéralement « 10-unité de compte du franc ») correspond, en français, non pas à 10 mais à 50. Si l'on fait l'initiation aux mathématiques dans les langues locales, c'est là une erreur qu'il n'est pas aisé de lever sans entrer dans une explication détaillée de l'histoire de la monnaie en Afrique occidentale française.

De manière plus profonde, le travail d'Abdoulaye Elimane Kane sur les systèmes de numérations parlées en Afrique de l'Ouest a des implications non négligeables sur la pédagogie mathématique. Kane (2011 et 2017) explique pourquoi les anthropologues ont pu soutenir que les langues africaines ont 5 comme base de leur système de numération. C'est parce que ces dernières, d'une part avaient autrefois une base quinaire qui a évolué pour devenir décimale et d'autre part, construisent leur système de numération à partir de repères corporels. De ce fait, **il y a un lien étroit entre le système de numération et la métaphysique qui fait de l'homme un élément central**. De plus, certains nombres (comme 5, 10, 20, 100 et 1000 par exemple) fonctionnent comme des paliers qui permettent de définir une unité nouvelle qui peut servir de base à des calculs, sans cependant se substituer à la base décimale ni nier sa suprématie**. Cela crée une confusion entre palier et base** pour ceux qui ne parlent pas la langue, ou qui n'ont pas une analyse mathématique fine de ces langues.

Ce n'est pas ici le lieu d'exposer en détail les travaux de Kane. Ce qui nous intéresse, c'est d'indiquer des pistes de réflexion et de recherche. On peut se demander si une démocratisation des mathématiques au Sénégal ne devrait pas se servir des complexités du système de numération parlée des langues ouest-africaines pour introduire le système de numération décimale par exemple. On peut également penser que **même l'enseignement de l'arithmétique élémentaire doit lever certaines équivoques propres au milieu**.

Conclusion

Les pouvoirs publics sénégalais veulent mettre les STIM (sciences, technologies, ingénierie et mathématiques) au centre du système scolaire, mais seuls 15 % des candidats au baccalauréat se présentent à une série scientifique (République du Sénégal, s.d.). Les mathématiques jouent un rôle discriminant dans cet état de fait. Cette note visait à montrer que les données scientifiques dont nous disposons actuellement nous montrent que ce n'est nullement là une fatalité. Les sciences cognitives nous montrent que les humains possèdent l'équipement cognitif nécessaire à la pratique des mathématiques. Nul n'est naturellement inapte à cette discipline. Nous avons également vu que pour favoriser la performance mathématique chez les élèves, les enseignants peuvent se servir d'un certain nombre de résultats scientifiques pour améliorer leurs pratiques pédagogiques. En effet, ces recherches nous montrent que la conception qu'un enseignant et un élève se font de l'apprentissage, le type de rétroaction offert par l'enseignant et le calibrage de la difficulté de ce qui est enseigné peuvent favoriser (ou non) l'efficacité de l'apprentissage. Cette note se termine en suggérant l'endogénéisation de l'apprentissage des mathématiques en mobilisant certaines ressources culturelles locales. Des recherches sont cependant nécessaires pour valider cette suggestion.

Bibliographie

Anderson, R., Boaler, J., & Dieckmann, J. (2018). Achieving Elusive Teacher Change through Challenging Myths about Learning: A Blended Approach. *Education Sciences*, *8*(3), 98. https://doi.org/10.3390/educsci8030098

Chestnut, E., Lei, R., Leslie, S.-J., & Cimpian, A. (2018). The Myth That Only Brilliant People Are Good at Math and Its Implications for Diversity. *Education Sciences*, *8*(2), 65. https://doi.org/10.3390/educsci8020065

Dweck, C. S., & Leggett, E. L. (1988). A social-cognitive approach to motivation and personality. *Psychological Review*, *95*(2), 256-273. https://doi.org/10.1037/0033-295X.95.2.256

Fagnant, A. (2023). *Les pratiques d'évaluation en classe : des compétences professionnelles pour soutenir l'apprentissage des élèves*. Cnesco-Cnam. https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2023/08/Cnesco-CC-Eval_FAGNANT.pdf

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, *44*(1-2), 43-74. https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90050-R

Gerdes, P. (1995). *Une tradition géométrique en Afrique, les dessins sur le sable. Tome 1, Analyse et reconstruction*. L'Harmattan.

Gerdes, P. (2009). *L'Ethnomathématique en Afrique*.

Goupil, L., Romand-Monnier, M., & Kouider, S. (2016). Infants ask for help when they know they don't know. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *113*(13), 3492-3496. https://doi.org/10.1073/pnas.1515129113

Gunderson, E. A., Gripshover, S. J., Romero, C., Dweck, C. S., Goldin-Meadow, S., & Levine, S. C. (2013). Parent Praise to 1- to 3-Year-Olds Predicts Children's Motivational Frameworks 5 Years Later. *Child Development*, *84*(5), 1526-1541. https://doi.org/10.1111/cdev.12064

Hattie, J. (2017). *L'apprentissage visible pour les enseignants : Connaître son impact pour maximiser le rendement des élèves*. Presses de l'Université du Québec.

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, *77*(1), 81-112. https://doi.org/10.3102/003465430298487

Hattie, J., Fisher, D., Frey, N., & Briars, D. J. (2017). *Visible learning for mathematics: What works best to optimize student learning: grades K-12*. Corwin Mathematics.

Houdé, O. (2011). *La psychologie de l'enfant*. Presses Universitaires de France.

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *106*(25), 10382-10385. https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106

Kane, A. E. (2011). Systèmes de numération et fonction symbolique du langage. *Critique*, *n° 771-772*(8), 710-725. https://doi.org/10.3917/criti.771.0710

Kane, A. E. (2017). *Les systèmes de numération parlée en Afrique de l'Ouest : Modes de dénombrement et imaginaire social*. L'Harmattan Sénégal : Presses universitaires de Dakar.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1997). *La genèse du nombre chez l'enfant* (7e éd). Delachaux et Niestlé.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1948). *La géométrie spontanée de l'enfant*. Presses Universitaires de France - PUF.

Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. *Science*, *306*(5695), 499-503. https://doi.org/10.1126/science.1102085

Proust, J. (2015). *Philosophy of metacognition: Mental agency and self-awareness*. Oxford University Press.

Proust, J. (2019). Métacognition : Les enjeux pédagogiques de la recherche. In S. Dehaene, *La science au service de l'école : Premiers travaux du Conseil scientifique de l'Éducation nationale*. Odile Jacob.

Rattan, A., Good, C., & Dweck, C. S. (2012). "It's ok — Not everyone can be good at math": Instructors with an entity theory comfort (and demotivate) students. *Journal of Experimental Social Psychology*, *48*(3), 731-737. https://doi.org/10.1016/j.jesp.2011.12.012

République du Sénégal, Office du Baccalauréat (s.d.). Statistiques du baccalauréat, session normale 2023. Consulté le 01/12/2023 à l'adresse : http://officedubac.sn/wp-content/uploads/2023/09/Resultats_desagreges_2.pdf

Seligman, M. E., & Maier, S. F. (1967). Failure to escape traumatic shock. *Journal of Experimental Psychology*, *74*(1), 1-9. https://doi.org/10.1037/h0024514