Des nombres entiers aux nombres décimaux : quelles pistes de conceptualisation pour l’apprentissage ?[4]

Jean-François CHESNÉ

Centre national d’étude des systèmes scolaires

Introduction

Cette note s’intéresse aux **nombres décimaux[5] dans une approche didactique, historique et épistémologique**. Les nombres décimaux sont des nombres dont l’usage dans la vie courante peut donner une impression de familiarité. Pourtant, les travaux de recherche, pour la plupart déjà anciens, montrent que leur invention, et encore davantage leur écriture décimale, a mis des siècles à s’installer, et que **leur acquisition est aujourd’hui loin d’être universelle, même chez les adultes**. En témoignent par exemple les données ci-dessous, portant sur l’utilisation des nombres décimaux dans les tâches de calcul :

- Si près de 75 % des élèves interrogés par le PASEC en 2019 savent effectuer des opérations avec des nombres entiers, cette proportion tombe à moins de 40 % lorsque les opérations mobilisent des nombres décimaux (PASEC, 2020) ;

- Au sein des pays de l’OCDE, plus de 22 % des adultes ne parviennent pas à « effectuer des calculs avec des nombres entiers ou des nombres décimaux » (OCDE, 2016, p. 49).

Il est par ailleurs fort probable que la connaissance des nombres décimaux, tels qu’ils sont utilisés au quotidien, soit davantage de l’ordre du pseudo-concept[6] que du concept

---

[4] Pour citer ce document, merci d’utiliser la référence suivante : Chesné, J.-F. (2024). Des nombres entiers aux nombres décimaux : quelles pistes de conceptualisation pour l’apprentissage ? In *Conférence de consensus « Enseignement et apprentissage des mathématiques au primaire » : Notes des experts* (p. 20-32). Confemen, Cnesco-Cnam.

[5] Dans le cadre de cette note, nous entendons par « nombres décimaux » tous les nombres décimaux qui ne sont pas des nombres entiers.

[6] Vygotski désigne par pseudo-concept une généralisation par complexes qui se forme dans la pensée d’un enfant par la réunion d’éléments isolés et de liens entre ces éléments qui peuvent donner l’illusion d’un concept mais qui ne relève pas encore d’une véritable pensée conceptuelle dans laquelle le langage a une place prépondérante (définitions, théorèmes). Vergnaud complètera cette notion

(Vergnaud, 1990, 2000 ; Vygotski, 2002), et qu'il existe un nombre important d'obstacles dans leur apprentissage.

Nous posons donc les questions suivantes, qui nous semblent essentielles dans le contexte scolaire : **comment favoriser l'apprentissage des nombres décimaux chez les élèves ? Comment développer leur conceptualisation des nombres décimaux à partir de leurs connaissances sur les nombres entiers ?**

Dans une première partie, nous reviendrons sur l'articulation entre les nombres et leur écriture, dans un rapport tout à fait spécifique pour les nombres décimaux. Nous nous intéresserons ensuite, dans une seconde partie, aux différents modes de passage des nombres entiers aux nombres décimaux. Ce passage se caractérise par des ruptures importantes, qui engendrent des erreurs de représentation fréquentes chez les élèves (*misconceptions* en anglais) ; ces points feront l'objet d'une troisième partie. Nous conclurons par l'évocation de quelques pistes favorables à la conceptualisation des nombres décimaux : en effet, si notre propos porte sur l'apprentissage, les éléments abordés dans cette note sont propices à des réflexions sur l'enseignement.

A. Pourquoi s'intéresser aux nombres décimaux ?

Quatre raisons, chacune d'ordre différent, peuvent justifier l'intérêt porté aux nombres décimaux.

Tout d'abord, les **usages des nombres décimaux sont nombreux dans la vie courante** (notamment dans les mesures de grandeurs : longueurs, aires, volumes, masses, etc.), et ce même si certains artifices permettent de les éviter (on dit plus facilement « 1 mètre 64 » que « 1 virgule 64 mètre ») et qu'il peut ne pas être nécessaire d'y recourir pour la monnaie (les prix exprimés en francs CFA sont par exemple toujours donnés sous la forme de nombres entiers).

Les nombres décimaux sont des nombres nécessaires quand les nombres entiers ne suffisent plus. Ils sont aussi une forme du **prolongement de la pensée arithmétique** qui permet d'aller au-delà de problèmes qui font intervenir uniquement des nombres entiers. Leur introduction peut également être une **nouvelle étape vers la conceptualisation des nombres**, d'autres nombres, que les élèves découvriront au cours de leur scolarité secondaire.

Une raison supplémentaire de s'intéresser aux nombres décimaux est leur **apparente continuité avec les nombres entiers**. Du point de vue de la numération écrite, les nombres décimaux possèdent une propriété que tous les nombres ne possèdent pas[7] : ils peuvent s'écrire avec le même système de codification que celui des nombres entiers, à condition d'ajouter un seul symbole supplémentaire, la virgule (ou le point dans les pays anglophones). Se manifeste ainsi la puissance de l'écriture décimale : la numération

par celle de concept-en-acte dans laquelle « il n'est pas toujours, pour raisonner juste, d'expliciter les théorèmes sur lesquels repose le raisonnement » (Vergnaud, 2000, p. 91).

[7] Par exemple, les nombres rationnels qui s'écrivent sous forme de fractions (comme 1/3), ne possèdent pas cette propriété.

décimale est « une numération qui pense toute seule » (Bachelard in Abdeljaouad, 1981), au-delà des entiers. De ce fait, la valeur relative des chiffres dans l'écriture décimale d'un nombre décimal est la même que dans celle des nombres entiers : par exemple, dans 2,4, le 2 « vaut » cinq fois le 4 – exactement comme dans 24. Cette caractéristique remarquable présente d'immenses avantages, notamment calculatoires. Elle permet en effet d'appliquer les algorithmes des quatre opérations élémentaires sur les nombres entiers aux nombres décimaux (à quelques ajustements près, essentiellement dans la multiplication, qui portent sur la position de la virgule). Cependant, les similarités de traitement entre nombres décimaux et nombres entiers ne sont pas totales. Par exemple, la comparaison des nombres décimaux à partir de leur écriture décimale n'obéit pas aux mêmes « règles » que celle des nombres entiers, et nous verrons que ce changement de « règle » ne s'effectue pas sans difficulté pour les élèves.

Enfin, **d'un point de vue historique**, les nombres décimaux, et encore davantage leur écriture décimale, ont mis plusieurs siècles à s'installer en mathématiques. Inexistants chez les Mésopotamiens, les Égyptiens et les Grecs, leur invention est attribuée à Al-Uqlidisi (952). Al-Kashi (1427) définit les fractions décimales et en propose une notation simple, qui définit les règles de calcul avec détermination de la place de la virgule dans une multiplication (Abdeljaouad, 1981). Ces difficultés d'installation peuvent être expliquées par la compétition avec d'autres systèmes de numération, avec d'un côté une base 10 qui peine à trouver sa place aux dépens de la base 60, et, d'un autre côté, l'utilisation de fractions (en minutes, secondes, tierces, etc.) lorsque c'est nécessaire. On peut ainsi se demander si ce long processus historique pour l'humanité ne va pas de pair avec l'existence de difficultés d'apprentissage pour les élèves.

B. Quelle construction possible des nombres décimaux ?

L'introduction de nombres « plus précis » que les nombres entiers est nécessaire quand les nombres entiers ne suffisent plus. Les principales approches existantes peuvent être regroupées en trois catégories, sachant qu'aucune d'entre elles ne repose sur une définition formelle.

1. Les nombres décimaux vus comme conséquences d'un changement d'unité dans le système métrique

Dans le système métrique international (utilisé pour mesurer des grandeurs), **le passage d'une unité à l'autre induit un changement de nature des nombres**. C'est l'approche qui semble être privilégiée dans les manuels scolaires Didactikos, utilisés au Sénégal (Figure 2).

Figure 2. Extrait d'un manuel scolaire (Didactikos CE2)

Je retiens :

Le trait de Lala mesure 6 cm 5 mm ou encore 6,5 cm
Le trait de Bira mesure 8 cm 7 mm ou encore 8,7 cm
6,5 se lit six virgule cinq : c'est un nombre décimal.
- 6 est la partie entière.
- 5 est la partie décimale.

Dans un nombre décimal, la partie entière est séparée de la partie décimale par une virgule.
Entre 2 nombres décimaux, le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.

Source : Manuel Didactikos CE2 (2022), p. 78.

Ce passage interroge l'association implicite entre le nombre et son écriture décimale : un nombre décimal peut en effet s'écrire autrement qu'avec une virgule (écriture fractionnaire, sous forme de pourcentage, avec des puissances de 10). Cette association risque de plus de constituer un obstacle pour les élèves qui découvriront, plus tard dans leur scolarité, des écritures décimales (illimitées) de nombres qui ne sont pas des nombres décimaux.

Plus généralement, la didactique des mathématiques reproche à cette démarche de **ne pas favoriser la distinction entre les nombres décimaux et les nombres entiers**. En effet, la mesure d'une grandeur dans le système décimal peut toujours se ramener à un ou plusieurs nombres entiers, comme le montre l'exemple ci-dessus : 6,5 cm, c'est aussi 650 mm ou 6 cm et 5 mm. **Ce risque est particulièrement renforcé par les manuels** similaires à celui présenté ci-dessus, où 5 est désigné comme partie décimale sans préciser qu'il s'agit de 5 dixièmes (ou 0,5). Dans leur analyse des manuels de la collection Didactikos, Grapin, Mounier et Priolet notent à ce propos :

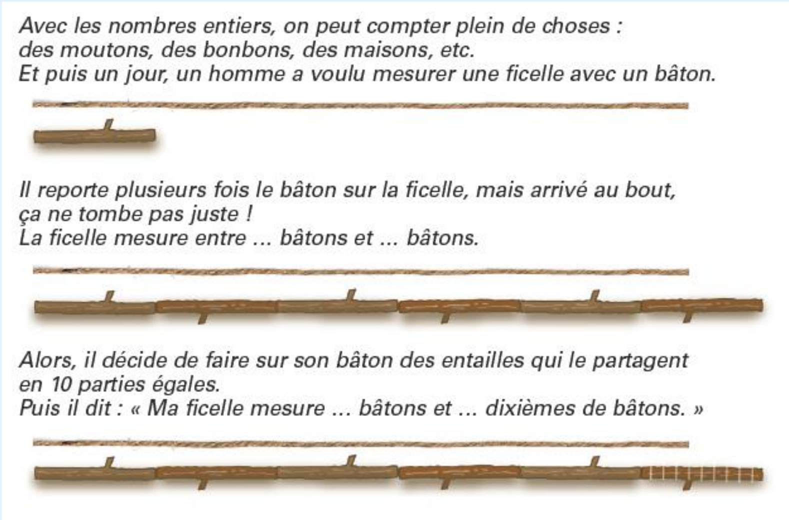
> *Une analyse plus détaillée révèle que la progression d'année en année sur les décimaux s'appuie sur l'extension du nombre de chiffres à droite de la virgule. On relève aussi qu'au fil des trois années [du CE2 au CM2], l'approche des décimaux est liée directement aux activités de mesure, à tel point que l'apprenant se trouve au CM2 confronté au texte de savoir suivant « Le nombre décimal 6,35 m ». Pourtant, le CEB [ndlr : Curriculum de l'éducation de base] de l'étape 3 alerte sur la nécessité de considérer les décimaux comme de nouveaux nombres qui s'intercalent entre les entiers et qu'il importe pour l'enseignant de ne pas toujours lier l'apprentissage des décimaux à la mesure, cette présentation donnant la fausse conception qu'il n'existe pas de nombres compris entre deux décimaux* (2024, p. 12).

Aujourd'hui, cette introduction est majoritairement délaissée au profit des deux possibilités suivantes.

2. Les nombres décimaux comme sommes de nombres entiers et de fractions décimales pour exprimer la mesure d'une grandeur

Cette approche repose sur la **mesure d'une grandeur, mais sans référence au système métrique**. Une fois une unité choisie, une mesure est par définition un nombre d'unités permettant de caractériser une grandeur. Cependant, cette mesure peut ne pas correspondre à un nombre entier d'unités ; cela nécessite alors l'introduction de partages de l’unité. Dans cette approche, on introduit ensuite progressivement les partages décimaux successifs de l’unité (Figure 3).

Figure 3. Extrait d’un manuel scolaire (Hélice 6e)


Avec les nombres entiers, on peut compter plein de choses : des moutons, des bonbons, des maisons, etc.
Et puis un jour, un homme a voulu mesurer une ficelle avec un bâton.

Il reporte plusieurs fois le bâton sur la ficelle, mais arrivé au bout, ça ne tombe pas juste !
La ficelle mesure entre … bâtons et … bâtons.

Alors, il décide de faire sur son bâton des entailles qui le partagent en 10 parties égales.
Puis il dit : « Ma ficelle mesure … bâtons et … dixièmes de bâtons. »

Source : Manuel Hélice 6e (2009), p. 29.

Cette approche se fait en deux temps : en passant d’abord à des **fractions décimales** (c’est-à-dire, à des fractions dont les dénominateurs sont des puissances de 10), puis en adoptant **l’écriture décimale**. Un raccourci pourrait s’exprimer ainsi (Figure 4).

Figure 4. Extrait d’un manuel scolaire (Hélice 6e)

Il y a un peu plus de 400 ans, un comptable hollandais qui s’appelait Stevin se dit que ce serait bien d’écrire tout ceci plus simplement, en un seul morceau.

Il a proposé d’écrire 8 ⓪ 9 ① 3 ② *pour* $8 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100}$.

Il a fallu attendre encore 200 ans (la Révolution française) pour qu’apparaisse enfin la ***virgule*** *et qu’on écrive 8,93.*

Source : Manuel Hélice 6e (2009), p. 30.

3. Les nombres décimaux comme des solutions d’un problème

La troisième approche consiste à appréhender les nombres décimaux via la **résolution de problème impliquant des divisions.** Il existe en effet des problèmes pouvant être posés uniquement avec des nombres entiers et qui n’admettent pas de solution si l’on se restreint aux nombres entiers. L’introduction des nombres décimaux permet alors de résoudre certains de ces problèmes, comme en témoigne l’exemple ci-dessous :

> Pour réaliser une canalisation de 38 m avec 4 tuyaux de même longueur, quelle doit être la longueur de chaque tuyau ?

L’avantage de cette approche par rapport à la précédente n’est toutefois pas démontrée (voir aussi Tian & Siegler, 2018) :

> *In some countries, greater attention is given to decimal representation than to ordinary fractions in primary school whereas in others ordinary fractions continue to play an important role.* ***The argument that decimals are easier to understand than ordinary fractions does not find support in surveys of students' performance****: students find it difficult to make judgements of equivalence and order both with decimals and with ordinary fractions* (Nunes et Bryant, 2009, p. 26 – c'est nous qui soulignons).
>
> *Dans certains pays, une plus grande attention est accordée à la représentation décimale qu'aux fractions ordinaires à l'école primaire, tandis que dans d'autres, les fractions ordinaires continuent à jouer un rôle important.* ***L'argument selon lequel les décimaux sont plus faciles à comprendre que les fractions ordinaires n'est pas étayé par les enquêtes sur les performances des élèves*** *: les élèves trouvent difficile de faire des jugements d'équivalence et d'ordre, tant avec les nombres décimaux qu'avec les fractions ordinaires* (Nunes et Bryant, 2009, p. 26 – c'est nous qui traduisons et qui soulignons).

4. La droite graduée : une notion généralisatrice et unificatrice

Au-delà de tout apport mathématique formel, les trois approches précédentes proposent une définition des nombres décimaux par leur écriture : écriture décimale, somme d'un entier et de fractions décimales, etc. Autrement dit, elles n'offrent pas une conceptualisation des nombres décimaux par la structure de l'ensemble auxquels ils appartiennent. Il s'agit donc de proposer un **ensemble de représentations** (parmi lesquelles il est nécessaire de faire des choix chronologiques) qui **concourent à la construction du concept** de nombre décimal chez les élèves. Ce serait ainsi l'éclairage d'un même concept sous des angles différents, la rencontre des élèves avec des situations de natures différentes, qui favoriseraient la conceptualisation :

> *Dans la théorie des champs conceptuels, Vergnaud définit un concept par les situations qui lui donnent du sens (la référence), les invariants sur lesquels repose l'efficacité des schèmes (le signifié), et les formes langagières et non langagières qui lui sont associées (le signifiant). Selon cette théorie,* ***pour tout sujet, le concept de nombre réfère donc aux situations qu'il a rencontrées, situations dont le traitement fait intervenir des nombres*** *: [d]es situations de dénombrement, de mesure ou de comparaison, ou encore des situations plus complexes conduisant par exemple à composer ou à comparer des mesures de grandeurs et nécessitant d'effectuer des calculs* (Roditi, 2007, p. 3 – c'est nous qui soulignons).

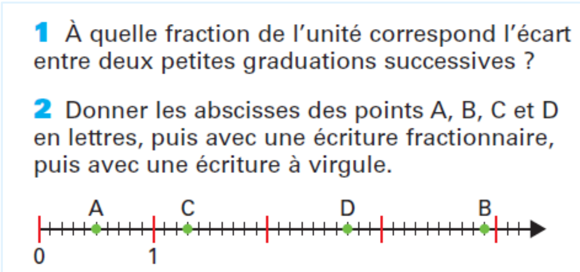
De plus, la capacité de passer d'une représentation à l'autre d'un même objet, « loin d'être la conséquence de l'acquisition d'un concept mathématique, [en est] la condition » (Duval, 2018). Une expérimentation de Roditi, fondée sur « l'hypothèse que les élèves en difficulté pour comparer des nombres décimaux privilégient l'aspect syntaxique lié à leur représentation décimale (écriture) et qu'ils peinent à les situer les uns par rapport aux autres, par leur valeur approximative ou par la mesure qu'ils expriment dans une situation » (Roditi, 2008, p. 1), va dans ce sens.

Aussi, pour aller au-delà du seul traitement des nombres par leur écriture, la **droite graduée** (également appelée ligne numérique) propose un support favorable, attesté pour les nombres entiers :

> *Les données disponibles montrent l'existence d'une association entre performances mathématiques et scores (PAE) à la ligne numérique. De plus, le score à la ligne numérique, d'une part prédit (dans une certaine mesure) les performances mathématiques ultérieures et, d'autre part, évolue avec celles-ci* (Fayol, 2015, p. 48).

La droite graduée (ligne numérique à l'école primaire) semble non seulement tenir une place spécifique dans la conceptualisation des nombres entiers, mais aussi constituer une sorte de **notion unificatrice et généralisatrice** (Robert, 1998) pour la conceptualisation des autres nombres.

Figure 5. Extrait d'un manuel scolaire (Hélice 6e)



Source : Manuel Hélice 6e (2009), p. 31.

En effet, par les concepts de continuité et de densité (un nombre est associé de façon unique à un point sur la droite graduée orientée) qu'elle propose implicitement, la droite graduée offre une vision des nombres favorable à la poursuite d'études en mathématiques. À ce sujet, « la littérature montre que la bonne compréhension de la ligne numérique est fortement prédictive de la réussite ultérieure en mathématiques, et qu'un entraînement dans ce domaine a des effets positifs » (Dehaene *et al*., 2021).

C. Quelles ruptures par rapport aux nombres entiers et quelles difficultés de conceptualisation ?

De façon générale, il est établi par la recherche en didactique des mathématiques (Brousseau, 1980, 1981 ; Perrin-Glorian, 1986 ; Bolon, 1996 ; Roditi, 2001 ; Chesné, 2014) que l'apprentissage des décimaux présente de nombreuses difficultés pour les élèves : représentations, traitements opératoires, utilisations dans des procédures de résolution de problèmes, etc.

1. Quelles ruptures par rapport aux nombres entiers ?

Les nombres décimaux s'inscrivent en rupture avec les nombres entiers à plusieurs titres :

- Les nombres décimaux n'ont **pas de successeur** : alors qu'il n'y a pas de nombre entier entre 1 et 2, il existe une infinité de nombres décimaux entre 1 et 2 ;
- La comparaison des nombres décimaux à partir de leur écriture décimale n'obéit pas aux mêmes « règles » que celle des nombres entiers. Ainsi, le nombre décimal qui **s'écrit avec le plus de chiffres** n'est pas toujours le plus grand : 2,174 est inférieur à 2,18 (alors que 2 174 est supérieur à 218) ;
- Quand on **multiplie** par un nombre décimal, on n'obtient pas toujours un nombre plus grand : $2 \times 0{,}5 = 1 < 2$;

- Quand on **divise** par un nombre décimal, on n'obtient pas toujours un nombre plus petit : 2 ÷ 0,5 = 4 > 2.

2. Quelles *misconceptions* (« conceptions erronées ») des nombres décimaux chez les élèves ?

Ces ruptures par rapport aux nombres entiers peuvent engendrer des conceptions erronées chez les élèves à propos des nombres décimaux (et de leur comparaison). Ces *misconceptions* peuvent être classées en deux grandes catégories (Steinle, 2004).

a. « Plus c'est long, plus c'est grand »

Les élèves considèrent que le nombre décimal qui a le plus de chiffres après la virgule est le plus grand. Les élèves traitent alors les **nombres décimaux comme des couples d'entiers** (partie entière d'un côté, partie décimale de l'autre). Cette conception peut se trouver renforcée par l'enseignement, comme en témoigne par exemple la présentation faite par ce manuel utilisé au Sénégal (Figure 6).

Figure 6. Extrait d'un manuel scolaire (Didactikos CM1)

Un nombre décimal est un nombre qui contient une partie entière et une partie décimale séparées par une virgule.
Dans **8,75** : **8** est la partie entière, **75** la partie décimale.

Source : Manuel Didactikos CM1 (2022), p. 102.

Sont alors favorisées des erreurs comme 4,3 + 1,7 = 5,10 ou encore 0,5 × 3 = 0,15.

b. « Plus c'est court, plus c'est grand»

Les élèves considèrent que le nombre décimal qui a le moins de chiffres après la virgule est le plus grand, associant ainsi le nombre et la précision de sa partie décimale ». Par exemple, certains élèves peuvent penser que 3,2 est supérieur à 3,25. Steinle suggère une confusion avec l'écriture fractionnaire : 3/2 est effectivement supérieur à 3/25.

c. « Ce n'est pas parce qu'on réussit qu'on comprend »

Une **réussite opérationnelle** de certaines tâches peut masquer une **conceptualisation déficiente,** ce qui traduit un comportement « d'expert apparent » (Roche & Clarke, 2006). En France :

> *Les résultats des évaluations nationales montrent qu'il existe un déficit de construction des nombres décimaux chez une proportion importante des élèves et qu'une réussite à certains items ne peut éventuellement traduire qu'un degré apparent de conceptualisation des nombres décimaux, voire des nombres entiers* (Chesné & Fisher, 2015, p. 41).

Ces élèves peuvent par exemple employer une analogie avec la monnaie : ils ont une bonne conceptualisation des nombres avec une ou deux décimales, mais des difficultés à placer les autres nombres sur une droite graduée (incompréhension du concept de densité notamment).

Conclusion : quelles pistes pour favoriser la conceptualisation des nombres décimaux ?

Nous terminons notre propos par **l'évocation de trois pistes pour l'enseignement** que suggèrent les résultats des travaux de recherche sur les nombres décimaux : la place du langage oral avant toute écriture symbolique, les liens entre écriture décimale et écriture fractionnaire, et enfin la place du calcul (et en particulier du calcul mental).

La place du langage oral

Outre les travaux de Steinle, de nombreux auteurs mettent avant la question du langage oral dans l'acquisition des nombres décimaux (comme pour les nombres entiers). Un passage trop rapide à l'expression orale « deux virgule quatre » sans considérer l'étape préalable « deux et quatre dixièmes » défavoriserait une compréhension conceptuelle des décimaux ; il en va de même pour le passage trop rapide à l'écriture « 2,4 ».

Ces transitions, si elles sont mal réalisées, peuvent ne pas affecter les connaissances procédurales qui suffisent aux élèves pour effectuer des calculs écrits (leur apparente réussite est alors à attribuer à l'efficacité de l'écriture décimale évoquée ci-dessus). Cependant, le déficit de connaissances conceptuelles surgit dans d'autres tâches, dont notamment des tâches de comparaison (voir des exemples dans la section précédente).

Les liens entre « nombres décimaux et fractions »

La mention des **liens entre « nombres décimaux et fractions** » se retrouve dans bon nombre de programmes et de manuels. On peut remarquer une forte **dissymétrie** forte dans cette expression : en effet, les fractions ne sont que des représentations parmi d'autres de nombres (entiers, décimaux, rationnels). Nous faisons l'hypothèse que cette expression est à la source de nombreuses erreurs chez les élèves, et peut-être même chez certains enseignants, d'une part en présentant des fractions comme des nombres et d'autre part en induisant potentiellement une distinction exclusive entre ces deux objets.

Quoi qu'il en soit, **l'association d'une écriture fractionnaire et de l'écriture décimale d'un même nombre n'est pas acquise par les élèves** du primaire en France :

> *Dans les évaluations nationales en France à l'entrée en sixième de 2005 et 2008, environ un quart des élèves ont répondu que 1/4 peut aussi s'écrire 0,25 tandis que plus de la moitié d'entre eux ont donné comme réponse 1,4 (et environ 10 % ont répondu 0,4)* (Chesné, 2014, p. 261).

Ce constat, daté de presque dix ans, est encore valable aujourd'hui dans les évaluations nationales récentes en France :

> *Les erreurs des élèves révèlent une vaste confusion entre différents types de nombres. Les élèves font des erreurs révélatrices d'une méconnaissance du sens des symboles qu'ils manipulent. Ainsi, ils confondent 1/2 avec 1,2 (confusion entre fractions et décimaux), avec 2/1 ou encore avec 2,1 (mécompréhension de l'ordre dans lequel se lit une fraction)* (Dehaene *et al*., 2023, p. 1).

Ce constat n'est toutefois **pas limité au seul contexte français** : les évaluations PASEC font état de difficultés parfaitement analogues chez les élèves des pays ayant participé à la seconde édition (2019).

Or le **passage d'une écriture à l'autre** n'est pas seulement un élément de conceptualisation des nombres : il s'agit également de l'un des enjeux de leur apprentissage pour leur utilisation dans la résolution de problèmes. La **droite graduée** (« ligne numérique ») déjà évoquée ci-dessus apporte alors un appui propice pour l'apprentissage des fractions comme écritures des nombres décimaux (et non comme simple partage d'un objet) et pour l'association entre écriture décimale et écriture fractionnaire, qui ne sont pas acquis pour les élèves français :

> *À l'entrée en sixième, la plupart des élèves ignorent le sens des fractions les plus simples. Par exemple, seuls 22 % des élèves placent correctement la fraction 1/2 sur une ligne graduée de 0 à 5* (Dehaene *et al*., 2023, p. 1).

La place du calcul

Enfin, la recherche (voir par exemple Chesné, 2014) tend à montrer que le calcul, et en particulier le calcul mental, est un moyen parmi d'autres de favoriser la conceptualisation des nombres décimaux, par l'articulation aisée qu'il permet entre différents registres de représentation sémiotique, oraux et écrits (Duval, 1993 ; 1995) :

> *For years, learning to compute has been viewed as a matter of following the teacher's directions and practicing until speedy execution is achieved. […]* ***More than just a means to produce answers, computation is increasingly seen as a window on the deep structure of the number system****. Fortunately, research is demonstrating that both skilled performance and conceptual understanding are generated by the same kinds of activities* (National Research Council, 2001, p. 186 – c'est nous qui soulignons).
>
> *Pendant des années, l'apprentissage du calcul a été considéré comme une question de suivre les instructions du professeur et de s'entraîner jusqu'à ce que l'on parvienne à une exécution rapide. […]* ***Plus qu'un simple moyen de produire des réponses, le calcul est de plus en plus considéré comme une fenêtre sur la structure profonde du système numérique****. Heureusement, la recherche démontre que les mêmes types d'activités génèrent à la fois des performances qualifiées et une compréhension conceptuelle* (National Research Council, 2001, p. 186 – c'est nous qui traduisons et qui soulignons).

Bibliographie

Abdeljaouad, M. (1981). Vers une épistémologie des décimaux. *Fragments d'histoire des mathématiques, tome 1*. Brochure A.P.M.E.P., N°41. https://www.apmep.fr/IMG/pdf/0041_fragments_d_histoire_des_mathematiques_i_apmep_1981.pdf

Bolon, J. (1992) L'enseignement des décimaux à l'école élémentaire. *Grand N*, 52, 49-79. IREM de Grenoble. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/52n6_1562931432781-pdf

Bolon, J. (1996). *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école - collège.* Thèse de doctorat de l'Université Paris 5.

Brousseau, G. (1980). Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 1(1), 11-59. La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(1), 37-127. https://revue-rdm.com/1981/problemes-de-didactique-des/

Chesné, J.-F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot.

Chesné, J.-F. & Fischer, J.-P. (2015). *Les acquis des élèves dans le domaine des nombres et du calcul à l'école primaire*. Cnesco. https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Acquis-des-%C3%A9l%C3%A8ves.pdf

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CE2*.

Didactikos (2022). *Manuel. Mathématiques. CM1*.

Didier (2009). *Manuel Hélice. 6e*.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65. ULP, IREM, Strasbourg. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang.

Duval, R. (2018). La conversion des représentations : un des deux processus fondamentaux de la pensée. *Conversion - Du mot au concept* (p. 9-45). Presses universitaires de Grenoble.

Dehaene, S., Potier-Watkins, C. & Cauté, M. (2023). *Une inquiétante mécompréhension des nombres et surtout des fractions à l'entrée en sixième*. Note d'alerte du CSEN. https://www.reseau-canope.fr/fileadmin/user_upload/Projets/conseil_scientifique_education_nationale/Note_alerte_CSEN_02_V2.pdf

Dehaene, S., Potier-Watkins, C., He, C. X. & Lubineau, M. (2021). *Évaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions : le test de la ligne numérique*. Note du CSEN. https://www.reseau-canope.fr/fileadmin/user_upload/Projets/conseil_scientifique_education_nationale/Note_comprehension_nombres_decimaux_fractions_CSEN.pdf

Fayol, M. (2015). *Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Un bilan scientifique*. Cnesco. https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Bilan-de-la-recherche.pdf

Grapin, N., Mounier, É. & Priolet, M. (2024). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école élémentaire au Sénégal : méthodologie de mise en œuvre et résultats. De la politique éditoriale du Sénégal à l'analyse descriptive des manuels de l'éditeur Didactikos et à leur utilisation en classe*. *Note de synthèse*. Confemen, Cnesco-Cnam. https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2024/05/Confemen-Cnesco_CC-maths-primaire_GRAPIN-MOUNIER-PRIOLET.pdf

Grisvard, C. & Léonard, F. (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison des nombres décimaux positifs. *Bulletin de l'A.P.M.E.P.*, 327, 47-60. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/AAA/AAA81017/AAA81017.pdf

Grisvard, C. & Léonard, F. (1983). Résurgences de règles implicites dans la comparaison des nombres décimaux positifs. *Bulletin de l'A.P.M.E.P.*, 340, 450-459. https://www.publimath.fr/numerisation/AAA/AAA83022/AAA83022.pdf

National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. National Academy Press.

Nunes, T. & Bryant, P. (2009). *Key understanding in mathematics learning. Paper 3: Understanding rational numbers and intensive quantities*. Nuffield foundation.

PASEC (2020). *PASEC2019. Qualité des systèmes éducatifs en Afrique subsaharienne francophone. Performances et environnement de l'enseignement-apprentissage au primaire*. Programme d'analyse des systèmes éducatifs de la Confemen. https://pasec.confemen.org/wp-content/uploads/sites/2/2022/08/Rapport-international-evaluation-PASEC2019.pdf

Perrin-Glorian, M.-J. (1986). Représentations des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et de collège. *Petit x*, 10, 5-29. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/10x1_1570541971828-pdf

Robert, A. (1998). Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/2, 139-190. https://revue-rdm.com/1998/outils-d-analyse-des-contenus/

Roche, A. & Clarke, D. M. (2006). When successful comparison of decimals doesn't tell the full story. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 425-432. PME.

Roditi, É. (2001). L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième : étude de pratiques ordinaires. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot.

Roditi, É. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *12*, 55-81. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_12/adsc12-2007_003.pdf

Roditi, É. (2008). La comparaison des nombres décimaux, comprendre les difficultés et aider à les surmonter. *Bulletin de l'APMEP*, *477*, 479-483. https://www.apmep.fr/IMG/pdf/CR_atelier_78_Roditi.pdf

Steinle, V. (2004). *Changes with age in students' misconceptions of decimal numbers*. Thèse. Université de Melbourne.

Tian, J., & Siegler, R. S. (2018). Which type of rational numbers should students learn first? *Educational Psychology Review, 30*(2), 351–372. https://doi.org/10.1007/s10648-017-9417-3

Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*.

Vergnaud, G. (2000). *Lev Vygotski. Pédagogue et penseur de notre temps*. Hachette Éducation.

Vygotski, L. (2002). *Pensée et langage*. La Dispute.