confemen
Conférence des ministres de l'Éducation des États et gouvernements de la Francophonie

le cnam
Cnesco
Centre national d'étude des systèmes scolaires

Quelles conditions pour faciliter un enseignement favorisant la compréhension en mathématiques dans des classes du primaire à effectifs élevés ?[42]

Réflexions à partir de l'exemple d'une recherche collaborative au Togo

Laurent THEIS

Université de Sherbrooke

Introduction

L'enseignement au primaire au Togo se caractérise entre autres par un **effectif pléthorique** des classes. Ainsi, pour l'année scolaire 2017/2018, l'Unesco (2019) rapporte un nombre d'élèves par classe de 42,8 dans les écoles primaires publiques (p. 38) ; l'Unicef dresse par ailleurs (2021) un **portrait inquiétant de l'atteinte de la maîtrise des compétences fondamentales** en calcul correspondant aux contenus de la 2e et de la 3e année du primaire. En effet, seulement 5 % des enfants de la 3e année du primaire et 28 % des enfants de la 2e année du secondaire auraient atteint la maîtrise de ces compétences fondamentales (p. 9). Le PASEC (2020) pour sa part évalue qu'au Togo, seulement 16 % des élèves atteignent en fin de scolarité du primaire le niveau 3 (le plus élevé) en mathématiques, 21 % atteignent le niveau 2 et 63 % se situent en bas du niveau de compétences attendu, soit aux niveaux 1 et en-dessous de 1.

La question qui nous intéresse dans ce contexte est celle des conditions qui permettraient aux enseignants la mise en place d'un enseignement visant à développer davantage la compréhension des élèves en mathématiques dans ces classes à effectif pléthorique. Pour ce faire, nous allons d'abord dresser un portrait sommaire des pratiques d'enseignement des mathématiques au primaire au Togo et nous allons nous baser sur une recherche collaborative (Theis, M'Dakena, Noba & Piliyem, 2019) que nous avons menée dans une

[42] Pour citer ce document, merci d'utiliser la référence suivante : Theis, L. (2024). Quelles conditions pour faciliter un enseignement favorisant la compréhension en mathématiques dans des classes du primaire à effectifs élevés ? Réflexions à partir de l'exemple d'une recherche collaborative au Togo. In *Conférence de consensus « Enseignement et apprentissage des mathématiques au primaire » : Notes des experts* (p. 115-129). Confemen, Cnesco-Cnam.

classe togolaise de CM2 autour du raisonnement sur la proportionnalité afin de dégager quelques-unes de ces conditions.

A. Pratiques enseignantes au primaire en Afrique francophone

Selon Altet (2017), il existe peu de descriptions de pratiques effectives des enseignants du primaire en Afrique francophone dans la recherche. Altet (2017) a toutefois observé un **enseignement centré sur l'enseignant** dans les écoles burkinabés :

> *Les chercheurs ont constaté qu'à l'école burkinabé, le maître questionne pour enseigner, l'élève répond, répète pour apprendre. Le maître détient le monopole de la parole, l'élève écoute, répond et retient. Il s'agit essentiellement de cours dialogués* (p. 1216).

Dans une publication plus ancienne, Touré (2000) va dans le même sens en affirmant que dans les pays d'Afrique francophone, « l'enseignement des mathématiques reste encore beaucoup plus un système d'information que de formation, se préoccupant le plus souvent de transmettre uniquement des connaissances » (p. 8).

Au Togo, la situation semble plus nuancée. En effet, différents projets ont mis en avant l'introduction d'une approche par compétences en 2004 dans les écoles, même si la mise en œuvre d'une telle approche n'était pas encore généralisée au moment de notre recherche et que son implantation est difficile pour de nombreux enseignants[43] (Abgegninou, D'Almeida & Kibene Toukene, 2016). Pour décrire les pratiques effectives au Togo, nous nous baserons sur des **modèles de planification** fournis par des enseignants ainsi que **nos propres observations**, dans trois classes issues de deux écoles différentes, dont les enseignants nous ont déclaré qu'elles étaient typiques de ce qui se faisait au Togo à ce moment-là (en 2018) :

- Tout d'abord, l'enseignant met en œuvre une **mise en train** de quelques minutes dans laquelle il propose quelques petits exercices, résolus en collectif, et qui portent généralement sur des prérequis nécessaires à la situation travaillée qui suit ;
- Ensuite, l'enseignant présente un **premier problème** qui est résolu au tableau. Lors de la présentation de ce problème, il peut faire intervenir les élèves de manière sporadique, mais il s'agit essentiellement de montrer comment résoudre un premier problème en grand groupe ;
- Ensuite, l'enseignant propose un **nouveau problème** aux élèves à **résoudre en petits groupes** de 5 à 7 élèves environ. Il s'agit généralement d'un problème similaire à celui qui avait été résolu au tableau et pour lequel les élèves doivent appliquer la façon de faire qui a été montrée au tableau. Souvent, dans les classes

[43] Abgegninou *et al*. (2016) citent ici une multitude de facteurs : difficultés résultant d'un manque de coordination entre les différents paliers décisionnels, difficultés résultant de l'implantation d'une nouvelle approche par des organismes étrangers ou encore difficulté des enseignants à planifier des situations problèmes et à y jouer un rôle différent que dans une approche plus traditionnelle.

inférieures, le travail d’équipe se fait avec un matériel de manipulation que les élèves peuvent, dans certains cas, choisir eux-mêmes ;

- Enfin, une fois que les équipes ont résolu le problème, un **porte-parole** de chaque équipe explique à tour de rôle comment son équipe a procédé pour résoudre le problème. Pendant ce temps, l’enseignant valide et commente les solutions, en faisant intervenir au besoin les autres élèves.

On peut reconnaître dans cette approche **certaines caractéristiques d’une approche par compétences**, notamment le travail en équipes des élèves et l’intérêt pour les démarches des élèves lors de la présentation en grand groupe. Toutefois, on reste ici dans une approche dans laquelle les élèves ont à réappliquer une procédure qui a été montrée préalablement au tableau. Ainsi, la résolution des exercices de mise en train donne souvent déjà des indices sur les opérations à utiliser dans les problèmes qui suivent. Par ailleurs, la présentation devant la classe entière, par les équipes, des solutions trouvées, permet de donner accès aux élèves à la façon dont d’autres ont résolu le problème. Toutefois, comme les élèves ont travaillé à réappliquer une procédure montrée auparavant, il y a peu de diversité dans les présentations des équipes. Par ailleurs, le travail en équipe et le recours au matériel sont utilisés de manière systématique, sans considération des conditions didactiques qui favoriseraient ou non leur utilisation.

B. Une approche qui vise la compréhension dans l’enseignement de la proportionnalité directe

De manière générale, il est possible de distinguer **plusieurs approches de l’enseignement des mathématiques**. Ainsi, le *Référentiel d’intervention en mathématiques du Québec* du ministère de l’Éducation et de l’Enseignement supérieur du Québec (2019) distingue deux fondements de l’enseignement apprentissage des mathématiques : « donner du sens à la mathématique en s’appuyant sur la compréhension des concepts et des processus mathématiques » et « recourir à la résolution de problèmes ».

Van de Walle et Lovin (2008) conceptualisent la compréhension comme un continuum. D’un côté, un « réseau significatif de concepts et de procédures » (p. 3), et de l’autre, « des notions complètement isolées ou presque » (p. 3). Dans ce contexte, le référentiel d’intervention en mathématiques du Québec (2019) met en garde contre un enseignement qui enseigne des formules sans les appuyer suffisamment sur une compréhension conceptuelle : « Si la transmission de […] trucs, de […] techniques et de […] procédures n’est pas soutenue par une compréhension approfondie des concepts en jeu, elle permettra à l’élève de réussir immédiatement des exercices d’application, mais aura des contrecoups importants à moyen et à long terme » (p. 3).

Dans cette note, nous allons nous intéresser plus spécifiquement à **l’exemple de l’enseignement du raisonnement sur la proportionnalité dans des problèmes de proportionnalité directe**. Plusieurs travaux de recherche ont montré que la seule transmission de formules comme la règle de trois ou le produit en croix n’est pas efficace (DeBlois, 2011). Adihou et Marchand (2019, p. 8) avancent que « la transmission précoce de la règle de trois […] vient court-circuiter l’apprentissage de la proportion ». Oliveira (dans DeBlois, 2011) a même constaté que si l'enseignement du produit en croix permet d'augmenter le taux de réussite chez les élèves de certains problèmes de proportionnalité directe, il provoque des erreurs lors de la résolution de problèmes de proportionnalité inverse, alors que les élèves y ont perdu le sens des relations de proportionnalité[44]. Notre argument ici n'est toutefois pas d'éviter tout enseignement de formule, mais de s'assurer que lorsqu'une formule est enseignée, elle s'appuie sur une compréhension solide des relations attachées à la proportionnalité.

Dans le manuel togolais de CM2 (République du Togo, 1990), on retrouve plusieurs situations d'apprentissage qui abordent la proportionnalité directe. Comme nous allons le voir, **ces situations sont orientées surtout vers l'enseignement de formules**. Tout d'abord, le manuel de CM2 introduit le concept de proportionnalité à l'aide d'une situation dans laquelle l'enseignant doit d'abord montrer comment trouver et utiliser un coefficient de proportionnalité dans un tableau de proportionnalité (*ibid*., p. 73), pour ensuite montrer la règle de 3, sans toutefois en justifier la validité. Le livre du maître se limite à dire que « le maître indique aux élèves la règle plus générale » (p. 73, voir Annexe 1). Le manuel propose ensuite un travail sur les représentations graphiques de situations de proportionnalité (*ibid*., p. 74). Plus loin, le manuel a recours à des **formules qui sont différentes selon le contexte travaillé**. Ainsi, il existe une formule pour calculer un intérêt (intérêt annuel = capital × taux / 100[45], p. 84) ou encore une autre pour le calcul faisant intervenir une échelle (par exemple, distance réelle = distance réduite / échelle, p. 85). Or, **tous ces contextes présentent une structure sous-jacente de situation de proportionnalité directe** qui implique des types de raisonnement similaires.

C. Recherche collaborative visant à mettre en œuvre une approche basée sur la compréhension

Afin d'expérimenter comment une approche visant la compréhension des élèves peut se mettre en place dans une classe de l'enseignement primaire du Togo, nous avons mené une **recherche collaborative avec trois enseignants du primaire d'écoles publiques**, dont une dans une classe de CM2 autour du raisonnement de proportionnalité. Une recherche collaborative (Desgagné *et al*., 2001) se distingue par le fait qu'il ne s'agit pas d'une recherche *sur* l'enseignant, mais d'une recherche *avec* l'enseignant, à l'intérieur de laquelle s'exerce un maillage entre l'expertise pratique de l'enseignant et l'expertise théorique du chercheur. Notre visée était de construire avec ces enseignants des situations adaptées au contexte togolais pour être ensuite expérimentées par les enseignants dans leur classe. Ces situations, leur gestion didactique par les enseignants et les réponses produites par les élèves dans ce contexte, devaient ensuite servir de base pour élaborer un **matériel de formation adapté à la réalité des classes togolaises**. Dans ce

[44] Oliveira (2008) donne l'exemple d'un élève qui doit résoudre le problème suivant : « Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse constante de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse de 75 kilomètres par heure ? ». Avant l'enseignement du produit en croix, l'élève utilisait la procédure suivante : 90 km x 5 heures = 450 km ; 450 ÷ 75 km = 6 heures. Après enseignement du produit en croix, il a utilisé la procédure (erronée) suivante : 5/90 – n/75; n = (5 x 75) ÷ 90 = 4,1666 → 4 h 16 min.

[45] Ici, le capital et le taux sont définis de la manière suivante : « la somme empruntée s'appelle le capital. La somme donnée pour 100 F par an s'appelle le taux ou l'intérêt pour 100 F » (République du Togo, 1990, p. 84).

contexte, nous avons notamment travaillé avec un enseignant de CM2 désigné par ses pairs et l'inspectorat comme un enseignant expérimenté, compétent et dont la classe comportait une cinquantaine d'élèves.

Afin de faciliter la tâche aux enseignants et aux élèves, nous avons décidé d'expérimenter une situation d'un **modèle similaire à celui qu'ils connaissent**, avec la même structure générale, **mais en la transformant pour qu'elle s'inscrive davantage dans une approche visant la compréhension de la part des élèves**. Nous avons débuté notre planification à partir de la situation présentée en **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**.

Afin de transformer cette leçon en une situation favorisant un réseau conceptuel plus large, nous avons, lors de la planification commune, **modifié l'énoncé du problème** qui est devenu le suivant :

> Un Japonais arrive à Lomé. Il veut faire de la monnaie. On lui dit que 10 yens valent 50 francs CFA. Il a 60 yens. Combien peut-il avoir en francs CFA ?

Les nombres de l'énoncé ont été choisis de manière à pouvoir mettre facilement en place une diversité de façons de résoudre le problème : ils font en sorte que les rapports (entre 10 yens et 50 francs CFA et entre 10 yens et 60 yens) soient des nombres entiers, pour lesquels les relations entre eux sont *a priori* faciles à reconnaître pour les élèves. Nous avons choisi de manière délibérée d'éviter de donner l'équivalent en CFA pour 1 yen. En effet, fournir cette information aurait limité considérablement le nombre de stratégies de résolution possible, d'autant plus qu'une pièce d'1 yen correspond aussi à la plus petite pièce du système CFA (5 CFA).

Nous avons également apporté plusieurs **modifications au déroulement en classe**. Ainsi, il a été convenu que l'enseignant ne fournisse pas d'emblée une procédure ou une formule pour résoudre le problème ; celle-ci n'a pas été nommée dans la mise en train non plus[46]. Ensuite, l'enseignant annonce en présentant le problème que le but n'est pas nécessairement d'appliquer une formule, mais de trouver différentes façons de faire.

Nous avons également choisi de **ne pas fournir d'emblée du matériel de manipulation** aux élèves. En effet, si l'on avait demandé aux élèves, dès le départ, d'utiliser des billets de 10 yens et de 50 CFA que nous avions préparés, toutes les équipes auraient probablement utilisé le matériel pour échanger successivement 10 yens contre 50 francs CFA, jusqu'à un échange total de 60 yens. Par ailleurs, la mise à disposition immédiate du matériel de manipulation aurait rendu très peu probable le recours à d'autres façons de faire, notamment multiplicatives, puisque celles-ci sont difficiles à reproduire à l'aide du matériel.

[46] Nous sommes conscients toutefois que les élèves ont appris auparavant des procédures comme la règle de trois, dans d'autres situations de proportionnalité. L'idée ici était de ne pas les diriger d'emblée vers le recours à une de ces formules dès la mise en train.

1. Analyse *a priori* de la situation

Dans cette section, nous allons procéder à une analyse a priori de la situation qui a été proposée aux élèves. L'analyse *a priori* d'une situation est un outil théorique qui a été décrit dans différents travaux (Dorier, 2010 ; Assude et Mercier, 2007 ; Koudogbo *et al*., 2022) et dont la visée est de **dresser un inventaire des stratégies possibles** des élèves face à une situation donnée. Cette analyse *a priori* permet ensuite à l'enseignant de pouvoir situer les démarches des élèves.

De nombreuses recherches se sont intéressées aux différents types de raisonnement de proportionnalité (par exemple Brousseau, 1998 ; Khoury, 2002 ; Mai Huy, Theis et Mary, 2015). L'apprentissage de ce type de raisonnement est crucial puisqu'il marque une **transition entre un raisonnement additif sur des situations vers un raisonnement multiplicatif**. Différents raisonnements ont été dégagés dans des situations de proportionnalité que nous allons illustrer à l'aide du problème de conversion de monnaie utilisé dans notre recherche collaborative.

Tout d'abord, plusieurs élèves continuent à **raisonner de manière erronée** dans des situations de proportionnalité, à l'aide d'un raisonnement additif qui ne tient pas compte des proportions. Ainsi, un élève pourrait invoquer que 50 yens, c'est 40 yens de plus que 10 yens, donc il faut également ajouter 40 francs CFA. D'autres élèves pourraient invoquer que, comme 60 yens, c'est 50 yens de plus que 10 yens, il faut également ajouter 50 francs CFA. Les deux façons de faire mèneraient à la réponse erronée de 100 francs CFA.

Ensuite, il est également possible de traiter la situation avec un **raisonnement additif qui tient compte des proportions**. Ainsi, un élève pourrait successivement additionner 10 yens et 50 francs CFA jusqu'à obtenir le montant qui correspond à 60 yens (Figure 19).

Figure 19. Exemple de résolution d'une situation de proportionnalité par additions successives[47]

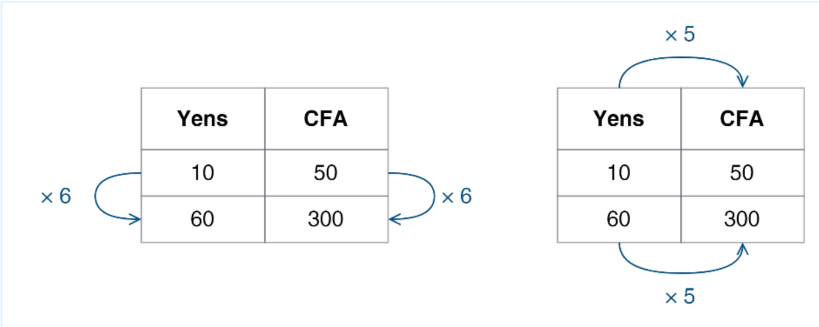
	Yens	CFA	
	10	50	
+ 10	20	100	+ 50
+ 10	30	150	+ 50
+ 10	40	200	+ 50
+ 10	50	250	+ 50
+ 10	60	300	+ 50

Si la logique de ce type de raisonnement, appelé « build-up » (Khoury, 2002) demeure additive, elle respecte la nature proportionnelle de la situation et permet d'obtenir une réponse correcte.

[47] Il est à noter que les tableaux utilisés ici servent à illustrer une façon de faire possible, mais qu'ils ne sont pas fournis d'emblée aux élèves dans notre expérimentation.

Il existe deux façons d'obtenir la réponse en procédant **directement par une multiplication**. Un élève pourrait constater que 60 yens, c'est 6 fois plus que 10 yens et multiplier 50 par 6 (Figure 20). Selon les auteurs qui se sont intéressés au raisonnement proportionnel, ce type de procédure est appelé « scalaire » ou « homogène », puisqu'elle concerne un rapport entre données de même nature (René de Cotret, 2006). Une autre façon de traiter directement la situation par une multiplication serait de constater que la valeur des francs CFA (50) est 5 fois plus grande que celle des yens (10) et de multiplier le nombre de yens (60) par 5. Il s'agit ici d'une procédure appelée « fonction » (qui fait appel au coefficient de proportionnalité) ou « hétérogène » et qui concerne un rapport entre des données de nature différente (ici des yens et des CFA) (*ibid*., 2006).

Figure 20. Résolution d'une situation de proportionnalité par multiplication



Par ailleurs, il est également possible de déterminer la valeur d'1 yen en divisant 50 par 10 et de multiplier le résultat obtenu par 60. Il s'agit du principe de la **règle de trois** (il est à noter qu'une dernière catégorie d'erreurs possibles lors du travail sur ce problème serait une mauvaise application de la règle de trois, en divisant ou en multipliant les mauvais nombres entre eux).

2. Faits saillants de l'expérimentation en classe de la situation

Pour décrire les faits saillants de l'expérimentation, nous allons d'abord illustrer la diversité des stratégies mises en place par les différentes équipes d'élèves. Par la suite, nous allons analyser la manière dont l'enseignant a mené le retour en grand groupe.

a. Stratégies mises en place par les élèves

Tout d'abord, il nous semble important de souligner qu'avec les variables didactiques choisies pour ce problème, **les différentes stratégies de résolution ont pu apparaitre dans toute leur diversité**, dans une grande classe, et dans un système où les élèves ne sont pas habitués à fonctionner dans ce type d'environnement.

Ainsi, plusieurs élèves ont mis en place une procédure **additive qui respecte les proportions** comme en témoignent les deux extraits suivants (Figure 21).

Figure 21. Exemples de procédures de résolution proposées par des élèves (1)

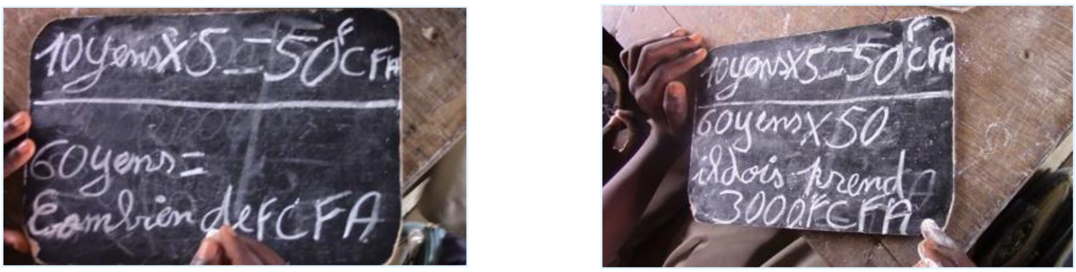
D'autres élèves ont utilisé les **formules** qui leur ont été enseignées. Parmi celles-ci, on peut retrouver la règle de trois, utilisée par certains élèves de manière correcte, mais pas par tous (Figure 22).

Figure 22. Exemples de procédures de résolution proposées par des élèves (2)

Ainsi, l'élève de gauche montre une procédure adéquate alors que l'élève de droite est probablement conscient qu'il doit multiplier et diviser des nombres, sans toutefois utiliser les nombres corrects. Plusieurs élèves tentent également de recourir au produit en croix, parfois avec succès et d'autres fois de manière erronée.

Plusieurs équipes ont également tenté de raisonner afin de trouver une **multiplication directe** pour résoudre le problème. C'est le cas d'un élève qui tente de trouver le rapport (hétérogène) entre les yens et les francs CFA (Figure 23).

Figure 23. Exemples de procédures de résolution proposées par des élèves (3)

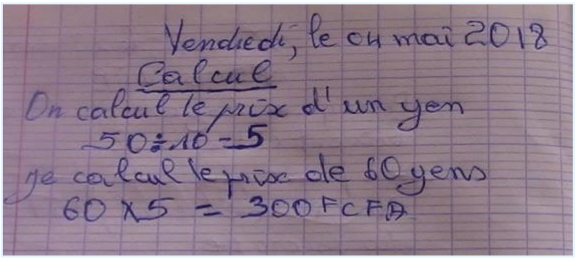


Cet élève constate alors que le montant en CFA correspond à 5 fois le montant en yens. Toutefois, il n'a pas été facile pour l'élève d'appliquer ce même rapport au nombre de yens.

Dans un premier essai, illustré dans l'image de droite, l'élève a plutôt utilisé le nombre 50 comme facteur et une intervention de l'enseignant était nécessaire pour appliquer le rapport correct aux 60 yens.

D'autres élèves encore ont utilisé le **passage par l'unité** pour calculer le montant correspondant en francs CFA. L'image suivante en est un exemple[48] (Figure 24).

Figure 24. Exemple de procédures de résolution proposées par des élèves (4)



b. Retour par l'enseignant

Pour le retour, nous avions convenu avec l'enseignant de ne pas nécessairement faire présenter toutes les équipes, mais de **choisir les équipes de manière à pouvoir présenter une diversité possible de procédures**. La présentation par les élèves lors du retour vise à remplir deux fonctions distinctes. Ainsi, lorsque l'enseignant invite les élèves à expliquer leur démarche, il invoque à la fois une **visée de description de la démarche** et une **visée de justification** : « Nous allons inviter le groupe 2, qui va passer pour nous expliquer leur démarche, comment ils ont fait, pourquoi ils ont fait ça. »

Lors de la présentation par les élèves, **la reformulation par l'enseignant occupe une place importante**. Ainsi, l'une des équipes qui a utilisé une procédure additive qui respectait les proportions pour trouver la bonne réponse a écrit sa réponse de la manière suivante au tableau (Figure 25).

Figure 25. Exemple de procédures de résolution proposées par des élèves (5)

L'explication que l'élève fournit ensuite contient **plusieurs implicites qui peuvent être difficiles à comprendre pour les autres élèves** : « Nous on a trouvé comme ça parce

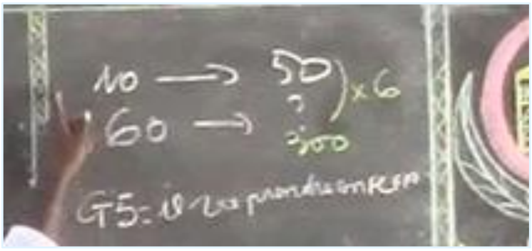
[48] La procédure utilisée correspond au fonctionnement de la règle de trois. Toutefois, si la règle de trois peut être appliquée sans en comprendre les bases, les élèves ont fait ici l'effort conscient de calculer la valeur pour un yen.

que, comme on a dit quand il y a 10, on a 50 et on veut savoir combien il va y en avoir. On a additionné et on a trouvé 300. » Ainsi, l'élève ne précise pas à quelle unité font référence les 10 et les 50 et ne clarifie pas ce qui est attendu. Par ailleurs, il n'est pas spécifié clairement ce qui est additionné. La reformulation de l'enseignant permet alors de lever plusieurs de ces implicites : « Vous avez suivi son raisonnement, ça vous va? Il a dit : pour chaque 10 yens, il faut 50 CFA. On compte 10, 10, 10 jusqu'à 60 (montre colonne de gauche) et après ils ont fait le total (montre colonne de droite) et ils ont trouvé 300 ». Cette explication donne davantage **accès aux clés de la stratégie employée** et la rend accessible aux autres élèves.

Cette première présentation est alors suivie (selon le choix de l'enseignant) par une **validation pragmatique de la réponse obtenue à l'aide du matériel**. En effet, l'enseignant demande à deux élèves de venir devant la classe et de faire le jeu d'échange de monnaie avec des billets de 10 yens et de 50 francs CFA dessinés sur des cartons. Un élève joue le rôle d'un Togolais et l'autre élève celui du touriste japonais. Ils échangent successivement un billet de 10 yens pour un billet de 50 francs CFA jusqu'à ce que 60 yens au total aient été échangés. Par la suite, ils additionnent les billets de 50 francs qui ont été échangés pour constater que le touriste japonais a effectivement obtenu 300 francs CFA. Ainsi, le recours au matériel permet ici à la fois **d'illustrer concrètement la stratégie décrite auparavant par les élèves et de la valider**.

Un autre exemple est également intéressant pour comprendre le rôle de l'enseignant lors du retour. Lorsqu'une élève du groupe 5 vient au tableau pour expliquer les techniques, elle explique simplement les opérations que son groupe a effectuées. « Nous avons fait 60 divisés par 10, ça fait 6, et ensuite nous avons multiplié 6 par 50 ». Encore une fois, cette description d'une élève ne donne pas les clés nécessaires pour comprendre pourquoi cette stratégie fonctionne. Ce n'est alors que l'explication fournie par l'enseignant qui donne accès à cette justification. Deux mesures sont mises en place par l'enseignant. D'abord, l'introduction d'une schématisation similaire à celle que nous avons présentée dans l'analyse *a priori* permet aux élèves des situer les relations multiplicatives entre les différents nombres impliqués (Figure 26).

Figure 26. Exemple de schématisation par l'enseignant



Ensuite, l'enseignant tente de faire retrouver la relation entre les nombres 10 et 60, de plusieurs manières différentes.

Enseignant : Maintenant, je vais vous poser la question : dans 60, on aura combien de fois 10 ?

Élèves : [*hésitations*]

Enseignant : 10 va rentrer combien de fois dans 60 ?

Élèves : [*hésitations*]

Enseignant : Dans 60, on a combien de fois 10 ? 10 fois combien donne 60 ? On trouve ?

Élèves : 6.

Enseignant : Je vais de l'autre côté [du schéma]. La flèche là va aussi du premier vers le deuxième.

On peut remarquer ici que différentes formulations ont été utilisées pour faire émerger la relation entre 10 et 60. Les deux premières formulations (« dans 60, on aura combien de fois 10 » et « 10 va rentrer combien de fois dans 60 ») ont alors été plus difficiles pour les élèves puisqu'elles traduisaient une division sous-jacente. C'est la formulation par l'enseignant de la relation sous forme de multiplication (« 10 fois combien donne 60 ? ») qui a permis de débloquer l'explication.

De manière générale, nous remarquons aussi dans les explications de l'enseignant qu'une **décontextualisation** s'opère ici. Le travail sur les différentes relations ne se fait plus entre des yens et des francs CFA, mais entre des nombres.

Remarques conclusives

Tout d'abord, au niveau des apprentissages des élèves, nous ne pouvons pas supposer que les élèves ont appris mieux ou davantage, puisque nous n'avons pas pris les mesures nécessaires pour pouvoir l'affirmer. Toutefois, la **diversité des stratégies de résolution et l'exploitation par l'enseignant de cette diversité conceptuelle** lors du retour permet de faire l'hypothèse que ce travail permet de **contribuer à la construction d'un réseau conceptuel plus large** que l'approche « classique » qui prévaut au Togo.

Quelles étaient alors les conditions qui ont permis l'émergence de la diversité des procédures de la part des élèves ? Au départ, les modifications que nous nous sommes permis d'apporter à la situation (choix des nombres qui permettent une diversité de stratégies de résolution, mise en train qui ne pointe pas vers un raisonnement de proportionnalité, consigne de trouver des façons de faire différentes et pas nécessairement l'application d'une règle) ont créé un espace dans lequel les élèves ont pu mettre en place des stratégies diversifiées et ce, même si la règle de trois leur avait déjà été enseignée auparavant.

L'analyse *a priori* que nous avons réalisée conjointement avec l'enseignant nous semble également avoir été un outil important puisqu'elle permettait d'anticiper les différentes façons de faire des élèves, d'autant plus que le livre du maître ne propose souvent qu'une seule façon de résoudre le problème. Dans notre expérimentation, l'analyse *a priori* a permis à l'enseignant de reconnaître et de situer les différentes façons de faire des élèves en classe, dans un contexte où les explications de ces derniers laissaient souvent des implicites, à la fois dans les traces écrites et dans les explications orales. Ainsi, l'analyse *a* *priori* nous est apparue utile, à la fois pour accompagner le travail d'équipe des élèves et pour gérer le retour en grand groupe lors des présentations des élèves.

Par ailleurs, la présentation des résultats par les élèves et leur discussion a joué un rôle important pour pouvoir valider et comparer les différentes façons de faire et permettre aux élèves de se distancier de leur propre stratégie. Dans ce cadre, la reformulation par l'enseignant des explications des élèves permet également d'expliciter certains éléments qui n'ont pas été nommés par les élèves, de clarifier leurs propos et, dans cette situation, de schématiser les relations entre les nombres. Rappelons que nous avons pu dégager le temps nécessaire pour discuter de manière approfondie ces techniques en faisant le choix de ne pas faire présenter toutes les équipes, mais seulement des équipes sélectionnées en fonction du potentiel de discussion des stratégies mises en œuvre.

Finalement, nous tenons à rappeler que nous avons pu opérer dans un espace de recherche collaborative, à l'intérieur duquel nous avons pu apporter des modifications à la situation du manuel et au fonctionnement de la classe. Il nous semble plus difficile pour les enseignants de déroger en dehors de ce contexte en raison des demandes qui leur sont transmises à la fois par le système scolaire et par le livre du maître. Pour amener des changements dans les pratiques enseignantes, il nous semble par conséquent important que **tous les niveaux d'intervention** (enseignants, formateurs des enseignants, directions d'école et inspectorat) puissent être impliqués dans ces changements.

Bibliographie

Abegninou, A., D'Almeida, A., & Kibene Toukene, A. (2016). *La pédagogie par compétence dans le contexte togolais : heurts et leurres*. Institut supérieur de philosophie et de sciences humaines (ISPSH Don Bosco).

Adihou, A., & Marchand, P. (2019). *Les trucs mathématiques au primaire : et si on leur donnait du sens !* Éditions JFD.

Altet, M. (2017). L'observation des pratiques enseignantes effectives en classe : Recherche et formation. *Cadernos de Pesquisa*, *47*(166), 1196-1223. https://doi.org/10.1590/198053144321

Assude, T., & Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In G. Sensevy & A. Mercier, *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (p. 153-185). Presses universitaires de Rennes.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.

DeBlois, L. (2011). Enseigner les mathématiques des intentions à préciser pour planifier, guider et interpréter. Presses de l'Université Laval.

Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L., & Couture, C. (2002). L'approche collaborative de recherche en éducation : Un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation*, *27*(1), 33-64. https://doi.org/10.7202/000305ar

Dorier, J.-L. (2010). L'analyse *a priori* : Un outil pour la formation d'enseignants – exemple d'un jeu issu de manuels suisses romands de première année primaire. *L'enseignement des mathématiques à l'école : où est le problème – Actes du 36e colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques*, 1-12.

Khoury, H. (2002). Exploring Proportional Reasoning: Mr. Tall/Mr. Short. In G. Bright, *Making Sens of Fractions, Ratio and Proportions. 2002 Yearbook* (p. 100-102). National Council of Teachers of Mathematics.

Koudogbo, J., Theis, L., Millon-Fauré, K., Assude, T., Tambone, J., & Morin, M.-P. (2022). L'analyse *a priori* : un outil pour l'enseignant ? Un exemple avec des problèmes de partage à l'école élémentaire. *Grand N*, *110*, 47-68.

Mai Huy, K., Theis, L., & Mary, C. (2015). L'influence du contexte statistique sur le raisonnement proportionnel d'élèves du primaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, *16*(2), 112-146. https://doi.org/10.7202/1029144ar

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur du Québec. (2019). *Référentiel d'intervention en mathématiques*. Gouvernement du Québec. https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/adaptation_serv_compl/Referentiel-mathematique.PDF

Oliveira, I. (2008). Développement du raisonnement proportionnel : Les stratégies utilisées par les élèves avant et après enseignement en classe de secondaire II. In L. Theis (Éd.), *Enseignement des mathématiques et interdisciplinarité. Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec* (p. 125-136).

PASEC (2020). *PASEC2019. Qualité des systèmes éducatifs en Afrique subsaharienne francophone. Performances et environnement de l'enseignement-apprentissage au primaire*. Programme d'analyse des systèmes éducatifs de la Confemen. https://confemen.lmc-dev.fr/wp-content/uploads/2022/07/RapportPasec2019_Rev2022_WebOK.pdf

René de Cotret, S. (2006). *L'élève et le modèle proportionnel, une histoire de confitures*. Éditions Bande didactique.

République du Togo. Ministère des Enseignements Primaire, Secondaire et de l'Alphabétisation (1990a). *Le nouveau calcul quotidien. CM2*. Nathan.

République du Togo. Ministère des Enseignements Primaire, Secondaire et de l'Alphabétisation (1990b). *Le nouveau calcul quotidien. CM2. Livre du maître*. Nathan.

Theis, L., M'Dakena, C., Noba, G., & Piliyem, D. (2019). *Recherche collaborative sur les pratiques d'enseignement en résolution de problèmes mathématiques au primaire dans un contexte togolais.* Rapport de recherche non publié.

Touré, S. (2000). L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2000*. http://emf.unige.ch/files/3314/5467/5190/EMF2000_Conference_Toure.pdf#:~:text=Dans%20nos%20pays%2C%20l%27enseignement,programme%20plutôt%20que%20de%20former

Unesco. (2019). *Analyse du secteur de l'éducation de la République togolaise : Des défis pour un enseignement de qualité pour tous*. République togolaise, Unicef, IIPE-Pôle de Dakar. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000372909/PDF/372909fre.pdf.multi

Unicef (2021). *Fiche d'information. Togo 2021. Analyse des données pour l'apprentissage et l'équité utilisant les données MICS*. République togolaise, GPE KIX.

Van de Walle, J. A., Patry, M., Lovin, L. H., & Kazadi, C. (2008). *L'enseignement des mathématiques. L'élève au centre de son apprentissage. Deuxième année du deuxième cycle et troisième cycle du primaire - De la quatrième à la sixième année*. Tome 2. ERPI.

Annexe 1. Extrait du livre du maître CM2 (République du Togo, 1990b, p. 73)

Mise en train

3 œufs coûtent 150 F. Trouve le prix de 6 œufs ; de 12 œufs ; de 14 œufs.

Étape 1

Exercice 1 : 3 boîtes d'allumettes coûtent 45 F. Trouve le prix de 12 boîtes. Le maître amène les élèves à dresser le tableau suivant et à trouver le coefficient de proportionnalité qui est ici × 4.

Nombre de boîtes	3	12
Prix	45	?

× 4

1re règle

12 boîtes étant le quadruple de 3 boîtes, il faut également multiplier le prix de 3 boîtes par 4 pour obtenir celui de 12 qui est 45 × 4 = 180 F.

Exercice 2 : Le procédé n'est pas toujours possible ; cela dépend des données de l'exercice. C'est, par exemple, lorsqu'il faut calculer le prix de 14 boîtes au lieu de 12 (14 n'est pas un multiple de 3).

Le maître indique aux élèves la règle plus générale.

Nombre de boîtes	3	14
Prix	45	?

2e règle

On divise le produit de 45 par 14 par 3, soit : $\frac{45 \times 14}{3} = 210$ F.

Annexe 2. Extrait de manuel scolaire CM2 (République du Togo, 1990a)

87. Système monétaire

Observons

Yodou regarde les billets de différents pays. Ces billets ont à peu près la même valeur :

Chaque pays a une monnaie particulière. Pour évaluer ces monnaies les unes par rapport aux autres, on utilise le change (ce change est variable).

Exemple de change (en février 1988) :

Togo	1 000 francs CFA
France	20 francs français (FF)
Grande-Bretagne	1,98 livre sterling (£)
États-Unis	3,48 dollars ($)
Allemagne	5,92 deutsch Mark (DM)
Japon	452 yens (JPY)

1 FF = 50 F CFA.

Pour effectuer des conversions, on utilise la proportionnalité.

Exemples :

- Combien changera-t-on 5 000 F CFA en dollars ?

CFA	1 000	5 000
$	3,48	?

× 5

? = 3,48 × 5 = 17,4 $.

- Un voyageur japonais arrive à Kpalimé avec 100 000 yens. Combien lui donnera-t-on de franc[s] CFA ?

CFA	1 000	?
Yens	452	100 000

: 452 × 100 000

$? = \frac{1\,000 \times 100\,000}{452} \approx 221\,240$ F CFA.