

(Ré)concilier connaissances informelles et savoirs scolaires

Emmanuel Sander, université de Genève
emmanuel.sander@unige.ch

Comment les nouveaux savoirs se construisent ?

La nouveauté en appui sur l'existant.

Phénomène essentiel pour comprendre les difficultés, construire des progressions, évaluer les acquisitions et maintenir le sens.

Comment s'appuyer sur d'autres savoirs que ceux immédiatement disponibles pour développer de nouveaux points de vue ?

Plan de la conférence

- L'analogie, processus transversal
- Les conceptions intuitives
- Susciter de nouvelles compréhensions

L'analogie, processus transversal

S'appuyer sur le connu pour donner sens à la nouveauté

“

Qu'il s'agisse de découverte ou d'invention, l'analogie est inévitable dans la pensée humaine, parce que nous découvrons de nouvelles choses en science avec ce dont nous disposons. (R. Oppenheimer)

”

L'analogie, processus transversal

Une forme d'exigence contradictoire : s'appuyer sur l'expérience passée bien que chaque événement soit unique.

L'analogie, comparaison mentale fondée sur la similitude, permet de dépasser la singularité et de la rattacher à l'existant (autre événement ou catégorie mentale).

Valeur adaptative / évolutionniste de la capitalisation de l'expérience.

Faible coût cognitif + Grand pouvoir inférentiel

Hofstadter & Sander, 2013

Quelle est la tour Eiffel de Genève ?



L'analogie, processus transversal

« J'ai déshabillé l'orange ! »

Camille, 2 ans

« Allez, Maman, allume tes yeux ! »

Joane, 2 ans

« Il faut soigner le camion. »

Lenni, 2 ans

Raynal, Clément, Goyet, Rämä & Sander, 2024

L'analogie, processus transversal

« *J'ai déshabillé l'orange !* »

Camille, 2 ans

Pour Camille, la peau de l'orange fait-elle partie du fruit ?

Raynal, Clément, Goyet, Rämä & Sander, 2024

Des analogues matériels du digital



De Lune à lune (de Soleil à soleil)



Les conceptions intuitives

Des intuitions utiles, nécessaires mais limitantes

“

**La logique reste stérile si elle n'est pas fécondée par l'intuition
(Henri Poincaré)**

”

Les conceptions intuitives

Une notion est perçue par analogie avec une connaissance familière, issue de la vie quotidienne

Utiles, voire nécessaires

Mais limitantes

Domaine de validité limité (coïncidence avec la notion scolaire)

Sander, 2008 ; Gvozdic & Sander, 2017; Gros, Thibaut & Sander, 2020

Dimensions de la notion (scolaire)
laissées dans l'ombre (angle mort)
par la conception intuitive

Domaine de
validité de la
conception
Intuitive

Sander, 2008 ; Gvozdic & Sander, 2017

Les conceptions intuitives

C Intuitive : Sujet d'une phrase = individu qui réalise une action

Les conceptions intuitives

C Intuitive : Sujet d'une phrase = individu qui réalise une action

Théo mange un gâteau

Le gâteau est mangé par Théo

Dormir est bon pour la santé

Qu'elle travaille si tard me semble déraisonnable

Sander, Leon, Gerber & Rivier, 2024

Les conceptions intuitives

C Intuitive : Sujet d'une phrase = individu qui réalise une action

Théo mange un gâteau (Dans le champ de validité de la CI)

Le gâteau est mangé par Théo (Hors du champ)

Dormir est bon pour la santé (Hors du champ)

Qu'elle travaille si tard me semble déraisonnable (Hors du champ)

Sander, Leon, Gerber & Rivier, 2024

Les conceptions intuitives

Inventer un problème de soustraction dont la solution est $8 - 3 = 5$

Sander, 2018 ; Gvozdic, Naud & Sander, 2022 ; Rivier & Sander, 2021, 2022

Les conceptions intuitives

Inventer un problème de soustraction dont la solution est $8 - 3 = 5$

Lou a 8 cartes. Elle en perd 3. Combien lui en reste-t-il ?

Conception intuitive :

Soustraire, c'est perdre (retirer, enlever) et chercher le reste.

Sander, 2018 ; Gvozdic, Naud & Sander, 2022 ; Rivier & Sander, 2021, 2022

Les conceptions intuitives

Inventer un problème de soustraction dont la solution est $8 - 3 = 5$
dans lequel on ne perd rien, on ne fait que gagner.

Sander, 2018 ; Gvozdic, Naud & Sander, 2022 ; Rivier & Sander, 2021, 2022

Les conceptions intuitives

Inventer un problème de soustraction dont la solution est $8 - 3 = 5$
dans lequel on ne perd rien, on ne fait que gagner.

Lou a 3 cartes. Elle en gagne pendant la récréation. Maintenant, elle en a 8. Combien de cartes a-t-elle gagnées ?

Parmi la douzaine de type de problèmes de soustraction identifiés dans la littérature, un seul se situe dans le champ de validité de la CI, d'où l'enjeu crucial sur le plan des apprentissages.

Sander, 2018 ; Gvozdic, Naud & Sander, 2022 ; Rivier & Sander, 2021, 2022

*Lou a 3 cartes. Elle en gagne pendant la récréation.
Maintenant, elle en a 8. Combien de cartes a-t-elle gagnées ?*

Lou a 8 cartes.
Elle en perd 3.
Combien lui en
reste-t-il ?

Sander, 2008 ; Gvozdic & Sander, 2017

*Lou a 3 cartes. Elle en gagne pendant la récréation.
Maintenant, elle en a 8. Combien de cartes a-t-elle gagnées ?*

*Lou a 3 cartes. Mahé en a 8.
Combien de cartes Mahé a-t-elle de
plus que Lou ?*

Lou a 8 cartes.
Elle en perd 3.
Combien lui en
reste-t-il ?

Sander, 2008 ; Gvozdic & Sander, 2017

*Lou a 3 cartes. Elle en gagne pendant la récréation.
Maintenant, elle en a 8. Combien de cartes a-t-elle gagnées ?*

*Lou a 3 cartes. Mahé en a 8.
Combien de cartes Mahé a-t-elle de
plus que Lou ?*

*Lou a 8 cartes. Elle en perd en
jouant. Il lui reste 3 cartes.
Combien de cartes Lou a-t-
elle perdues ?*

*Lou a 3 cartes. Mahé en a
8. Combien manque-t-il
de cartes à Lou pour en
avoir autant que Mahé ?*

**Lou a 8 cartes.
Elle en perd 3.
Combien lui en
reste-t-il ?**

*Lou a gagné 3 cartes. Maintenant elle en
a 8. Combien Lou avait-elle de cartes ?*

Sander, 2008 ; Gvozdic & Sander, 2017

Les conceptions intuitives des opérations

Soustraire : Chercher le résultat d'une perte

Additionner : Chercher le résultat d'un ajout

Multiplier : Chercher le résultat d'une addition itérée

Diviser : Chercher la valeur de la part

Les autres cas sont **discordants** :

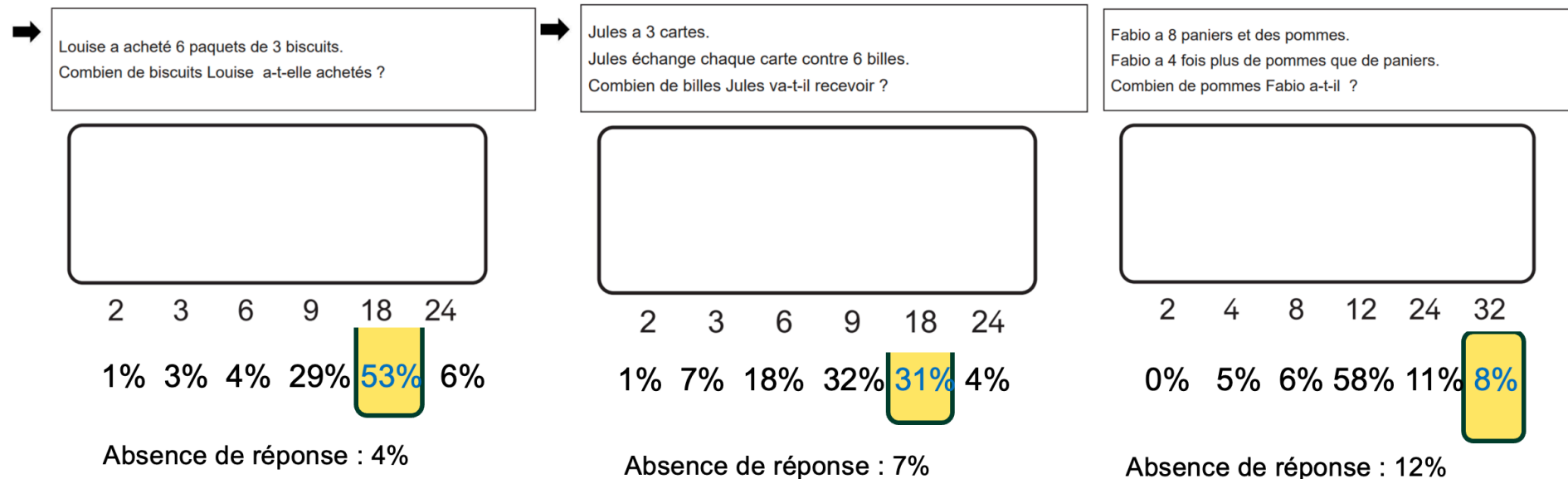
Mathématiquement valides mais **hors de la conception intuitive**

Sander, 2018, sous-presse ; Gvozdic, Naud & Sander, 2022 ; Rivier & Sander, 2021, 2022

Les conceptions intuitives des opérations

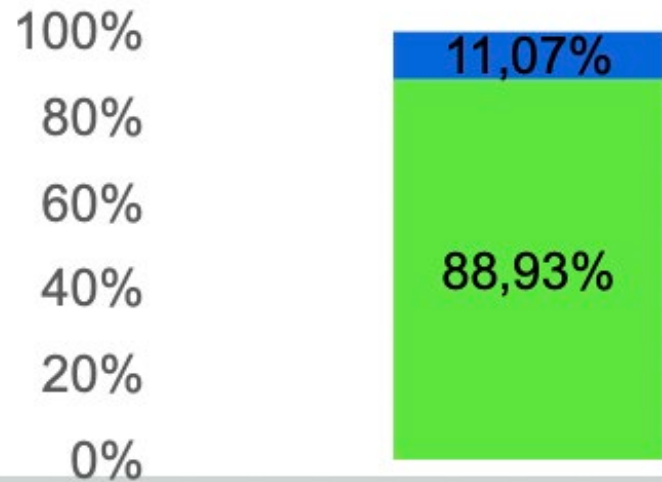
MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
*Liberté
Égalité
Fraternité*

RESULTATS DEPP (2022)



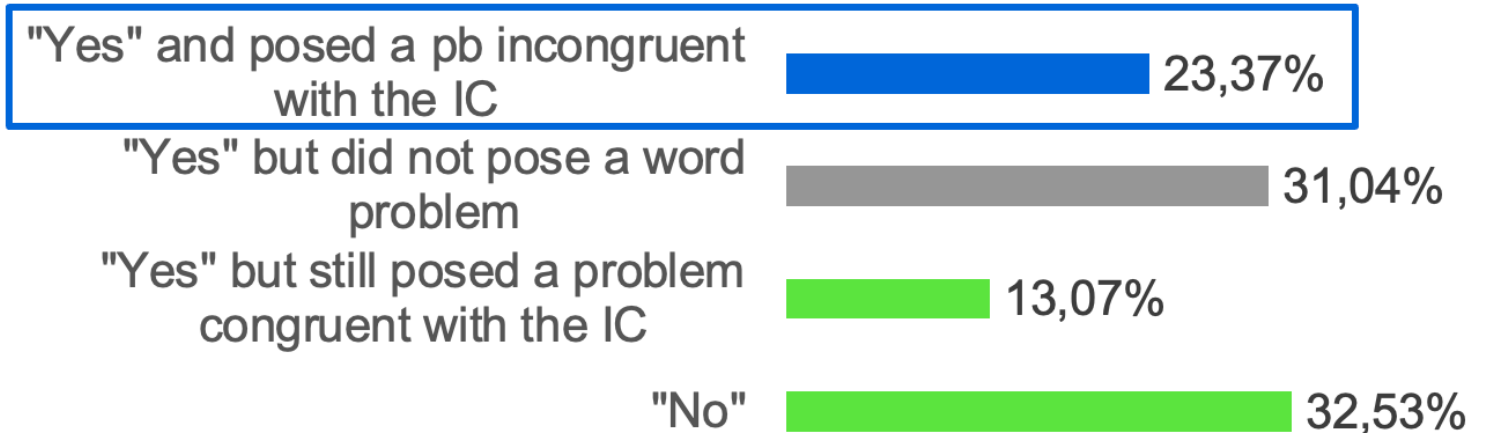
583 élèves de CE1

Robustesse des conceptions intuitives



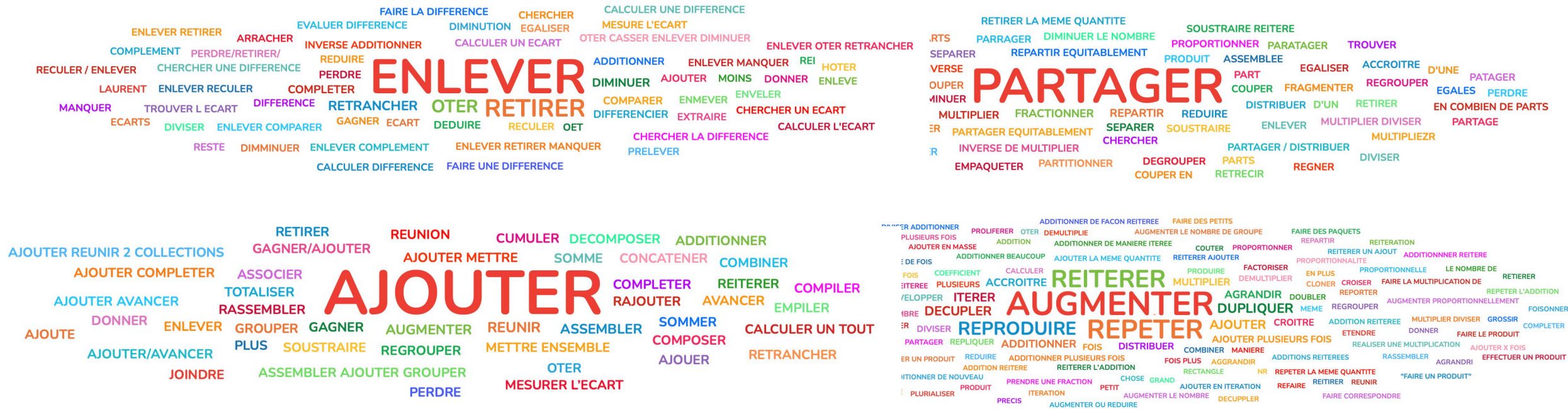
Lorsqu'il est demandé d'inventer un problème hors du champ de la conception intuitive (p.ex un pb de soustraction où on ne fait que gagner)

	Congruent	Incongruent
Addition	98.03%	1.97%
Subtraction	76.45%	23.55%
Multiplication	95.11%	4.89%
Division	86.29%	13.71%



Gvozdic, Naud & Sander, 2022

Robustesse des conceptions intuitives



900 RMC, PNF 2023

Métaphore trompeuse de la déconstruction

L'enseignement échoue à faire disparaître les conceptions intuitives

L'enjeu n'est pas de remplacer une connaissance quotidienne par un savoir scolaire, quête illusoire démentie par la recherche

Il est en revanche d'autant plus crucial de donner aux élèves l'opportunité de dépasser les limites de points de vue initiaux en étant en mesure de dépasser les limites de leurs CI

Susciter de nouvelles compréhensions

S'appuyer sur le contre intuitif pour dépasser les limites des intuitions

Nos amis les bêtes



Le crime, bête sauvage ou virus ?

Le crime s'apparente à **une bête sauvage** dans la ville d'Addison.

Le taux de criminalité dans cette ville autrefois paisible a augmenté régulièrement ces trois dernières années.

En fait, ces jours-ci, il semble que le crime **se cache** dans tous les quartiers. En 2004, 46 177 crimes ont été signalés, contre plus de 55 000 en 2007.

L'augmentation des crimes violents est particulièrement alarmante. En 2004, il y a eu 330 meurtres dans la ville, en 2007, il y en a eu plus de 500.

Le crime s'apparente à **un virus** dans la ville d'Addison.

Le taux de criminalité dans cette ville autrefois paisible a augmenté régulièrement ces trois dernières années.

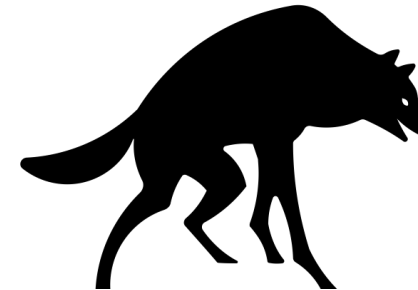
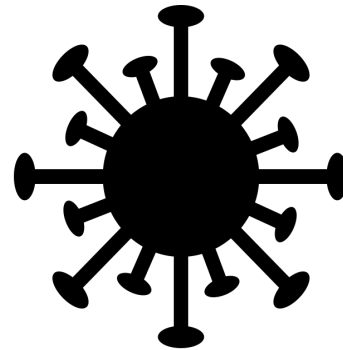
En fait, ces jours-ci, il semble que le crime **contamine** chaque quartier. En 2004, 46 177 crimes ont été signalés, contre plus de 55 000 en 2007.

L'augmentation des crimes violents est particulièrement alarmante. En 2004, il y a eu 330 meurtres dans la ville, en 2007, il y en a eu plus de 500.

Thibodeau, 2011

Le crime, bête sauvage ou virus ?

Quelle serait la politique la plus efficace à mener dans la ville d'Addison ?



Politique de répression

22 %

40 %

Thibodeau, 2011

Le recodage sémantique

Dépasser une compréhension intuitive, fondée sur les seules connaissances quotidiennes

Attribuer à une situation des propriétés usuellement attribuées à une autre

Favoriser le développement d'une conception plus abstraite

Gamo, Sander & Richard, 2010 ; Sander & Richard, 2017

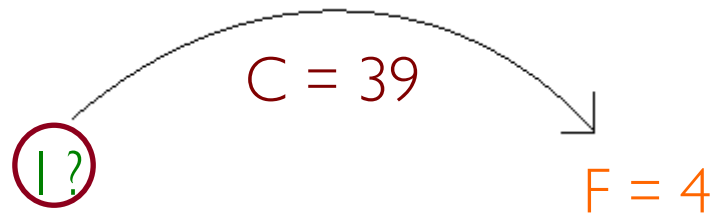
Le recodage sémantique

Pierre va à l'école avec des billes. A la récréation, il perd 39 billes. Maintenant il lui reste 4 billes. Combien de billes Pierre avait-il avant la récréation ?

Pierre va à l'école avec des billes **bleues** et des billes **rouges**. A la récréation, il perd ses 39 billes **rouges**. Maintenant il lui reste ses 4 billes **bleues**. Combien de billes Pierre avait-il avant la récréation ?

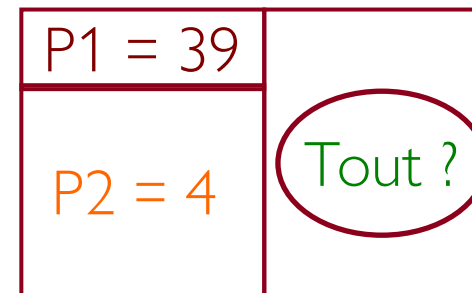
Codage transformation

- Etat initial : billes de Pierre avant la récréation
- Transformation : 39 billes (rouges)
- Etat final : 4 billes (bleues)



Recodage combinaison

- Partie 1 : 39 billes rouges perdues
- Partie 2 : 4 billes bleues restantes
- Tout : billes de Pierre avant la récréation



Le recodage sémantique

J'ai 12 oranges et 4 paniers
Inventez un énoncé de problème

J'ai 12 oranges et 4 pommes
Inventez un énoncé de problème

Bassok, 2001 ; Gros, Thibaut & Sander, 2020; Gvozdic & Sander, 2020

Le recodage sémantique

J'ai 12 oranges et 4 paniers

+ de 90 % de structures multiplicatives (multiplication ou division)

J'ai 12 oranges et 4 pommes

+ de 90 % de structures additive (addition ou soustraction)

Bassok, 2001 ; Gros, Thibaut & Sander, 2020; Gvozdic & Sander, 2020

Le recodage sémantique

J'ai 12 oranges et 4 paniers

Combien est-ce que cela fait d'oranges par panier ?


J'ai 12 oranges et 4 pommes

Combien est-ce que cela fait d'oranges par pomme ?

Bassok, 2001 ; Gros, Thibaut & Sander, 2020; Gvozdic & Sander, 2020

Le Projet RAIFLEX

RAIFLEX = Raisononnement Flexible

Math	Sciences	
12 séances	12 séances	1h

Séances structurées autour du dépassement des conceptions intuitives par l'adoption de points de vue alternatifs

Co-conception des séances avec une maître formatrice

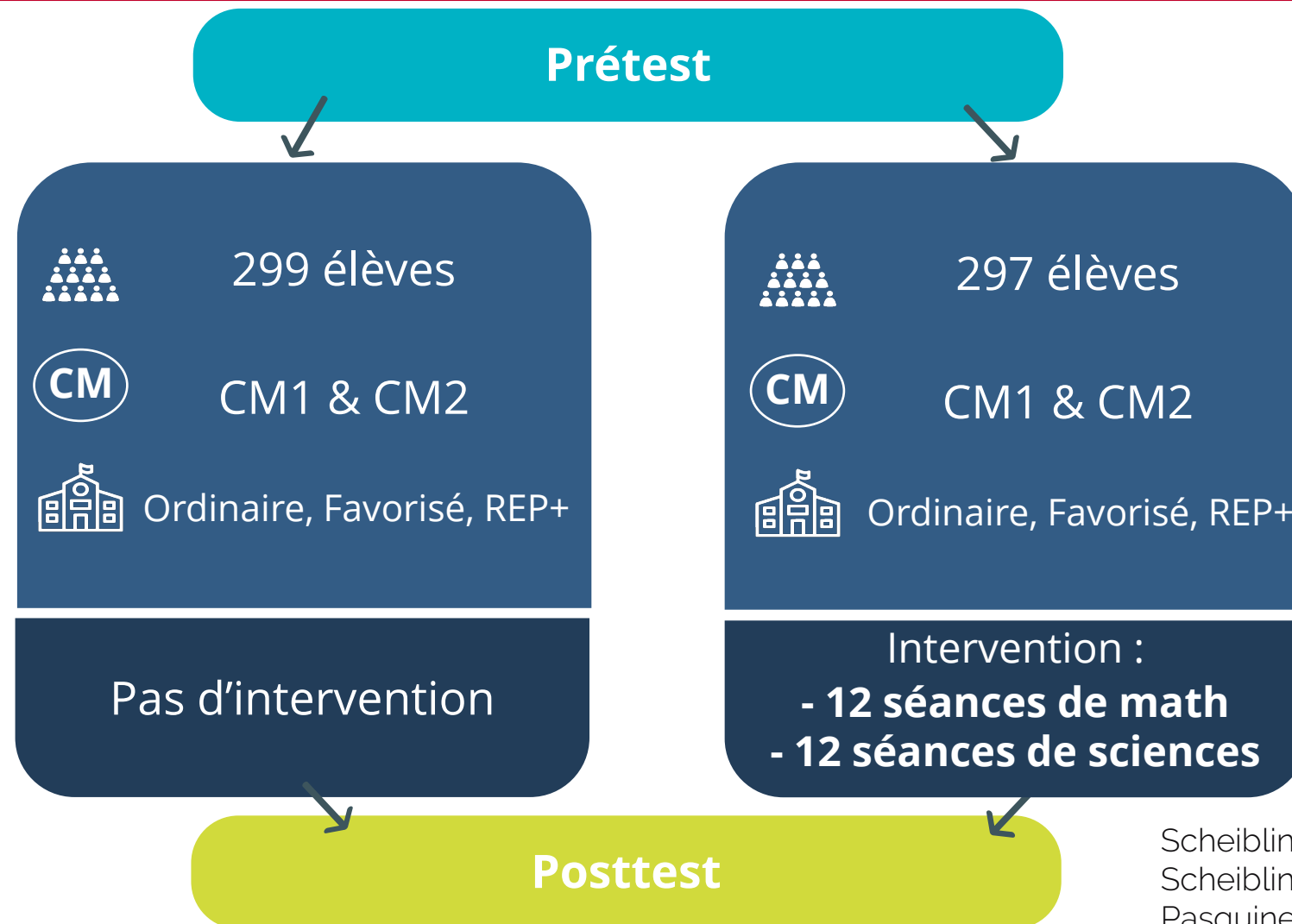
Formation des enseignants sur les conceptions intuitives et la catégorisation multiple

Scheibling-Sève, 2019 ; Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli & Sander, 2022

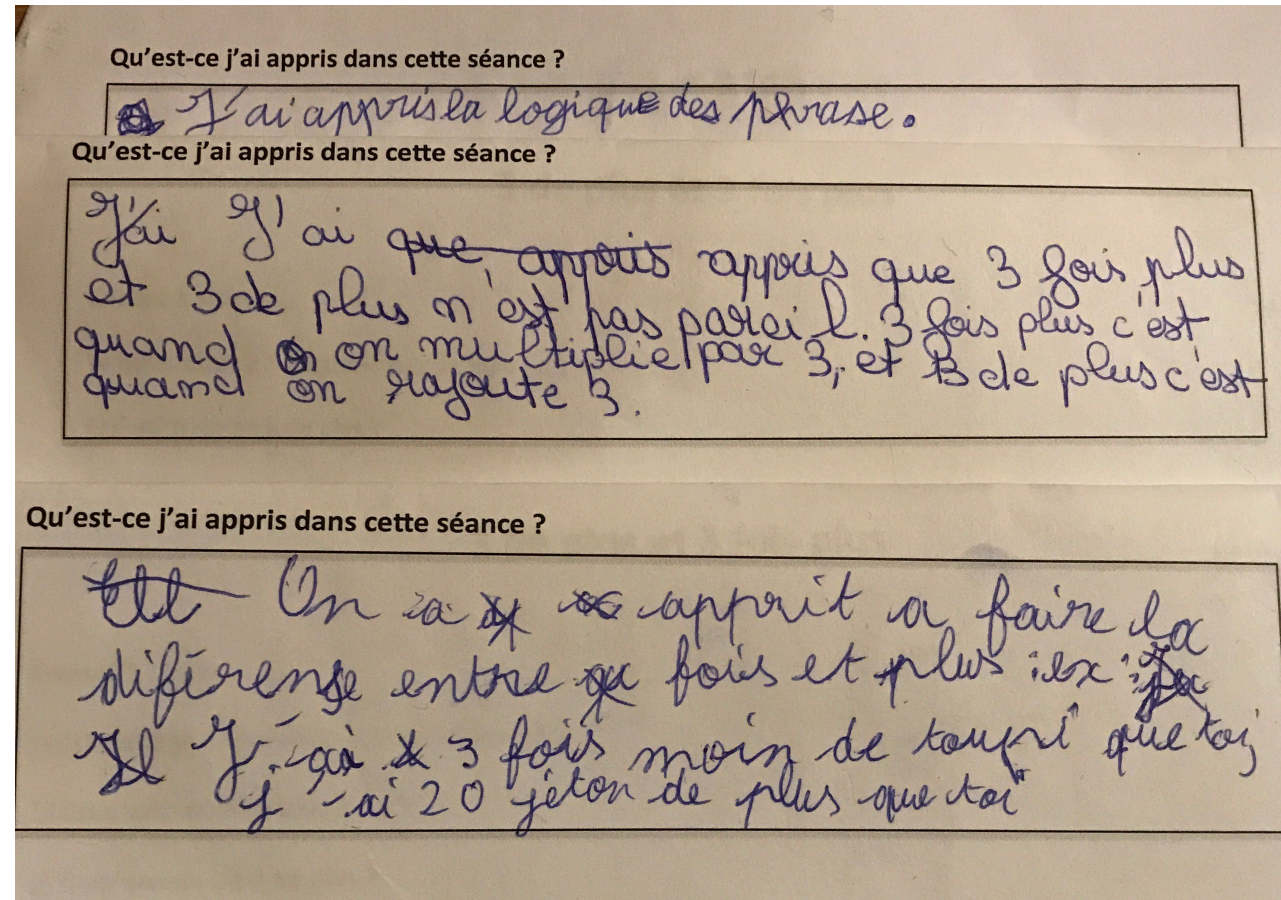
Le Projet RAIFLEX

	Conceptions intuitives	Conceptions visées
1 - Du langage additif au langage multiplicatif	En plus = Fois plus	Fois plus comme rapport
2 - Le langage multiplicatif	Fois plus / Fois moins comme addition /soustraction réitérée	Fois plus / Fois moins comme la recherche du rapport
3 - Les problèmes d'échange	Multiplier pour avoir plus et Diviser pour avoir moins	Multiplier et diviser pour trouver un rapport entre deux grandeurs
4 - Voir par parties ou par tout	Chaque = Tous	Compréhension des quantifieurs. Distinguer <u>struct.</u> <u>add.</u> et <u>mult.</u>
5 - Fraction de quoi ?	Fraction bipartite	Fraction comme rapport
6 - Division partage ou Division mesure	Diviser pour partager	Diviser pour mesurer
7 - Equivalence entre division et multiplier par une fraction	Fraction bipartite	Fraction comme rapport
8 - La proportion (1)	Proportion comme écart à conserver	Proportion comme rapport à conserver
9 - La proportion (2)		
10 - La proportionnalité - 3 stratégies		
11 - La proportionnalité - 4 stratégies	Retour à l'unité	Recherche du rapport

Le Projet RAIFLEX

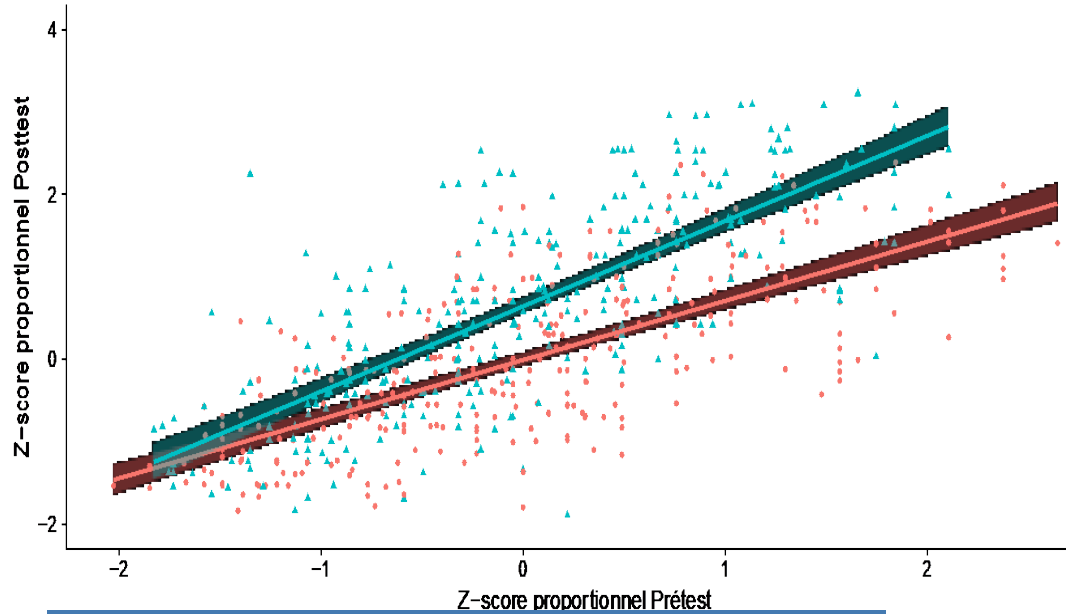


Le Projet RAIFLEX

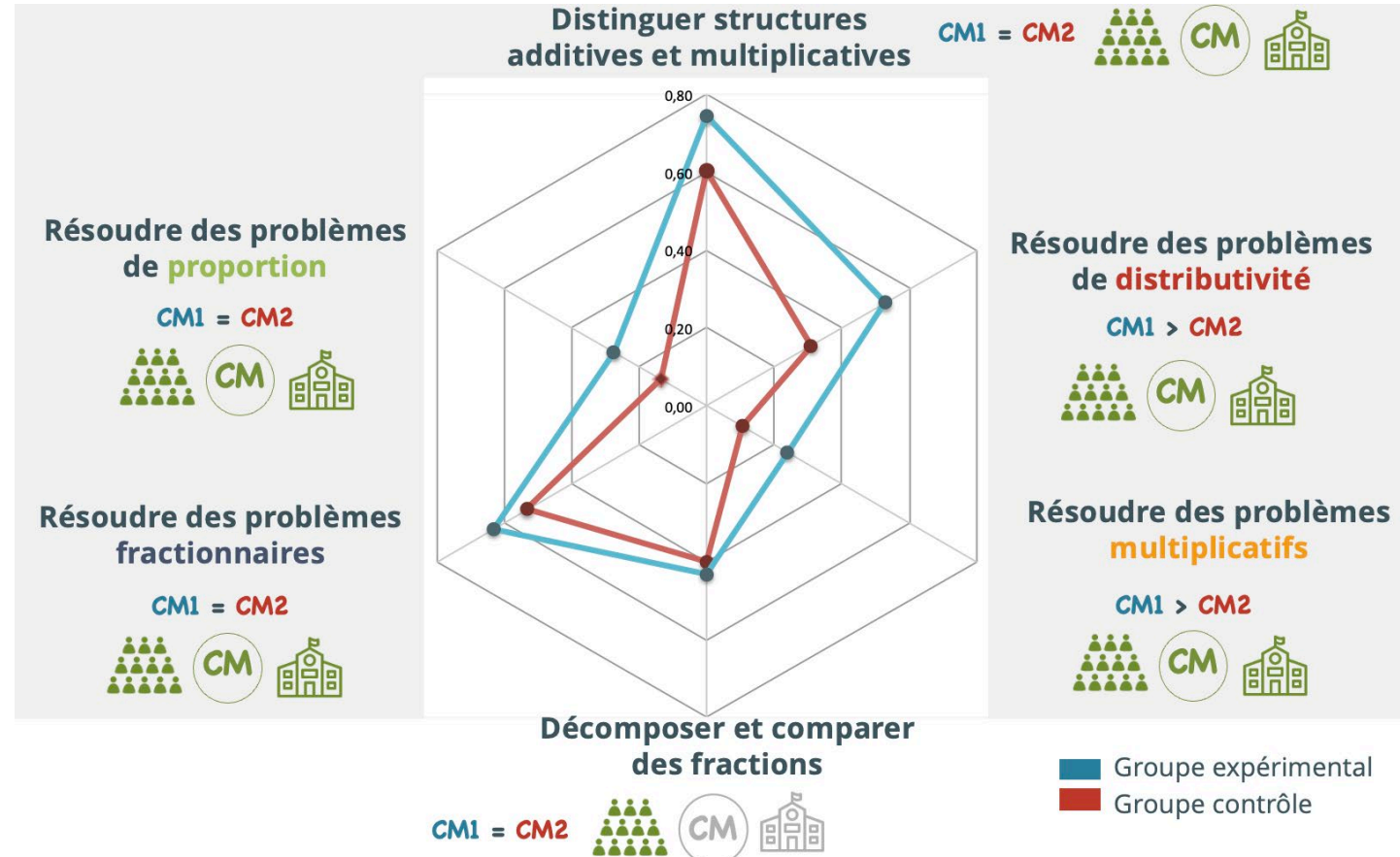


Scheibling-Sève, 2019 ; Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli & Sander, 2022

Le Projet RAIFLEX



+ 7 mois
de gains d'apprentissage
(EEF, 2018)



Scheibling-Sève, 2019 ; Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli & Sander, 2022

Le Projet AIR2

AIR2 = Analogies Intuitives, Résolution de problèmes et Recodage

- Modules de formation en amont de la mise en œuvre en classe :
 - *Les conceptions intuitives,*
 - *Le cadre A-S3 : analogies de substitution, scénario et simulation,*
 - *Les outils de modélisation : boîte à nombres, schéma-ligne et nombre rectangle*
 - *Le recodage sémantique : approche didactique spécifique,*
- Test initial et test final
- Séquence pédagogique de 15 séances d'apprentissage : une séance par semaine
- Sessions d'accompagnement des équipes et bilan en dernière session

Le Projet AIR2

Séquence	Addition	Soustraction
Séance 1	Problèmes de transformation et combinaison Découverte et appropriation des outils de recodage sémantique (Schéma-Ligne et Boîte à Nombres) Comprendre l'addition - Niveau 1 - ccc	Problèmes de transformation Découverte et appropriation des outils de recodage sémantique (Schéma-Ligne et Boîte à Nombres) Comprendre la soustraction - Niveau 1 - ccc
Séance 2	Problèmes de transformation et combinaison Comprendre l'addition - Niveau 2 - ccd + Niv.1	Problèmes de transformation Comprendre la soustraction - Niveau 2 - ccd + Niv.1
Séance 3	Problèmes de comparaison Comprendre l'addition - Niveau 3 - dcc + Niv. 1 et 2	Problèmes de transformation Comprendre la soustraction - Niv. 1 et 2
Séance 4	Problèmes de comparaison Comprendre l'addition - Niveau 3 - dcc + Niv. 1 et 2	Problèmes de comparaison Comprendre la soustraction - Niveau 3 - dcc + Niv. 1 et 2
Séance 5	Problèmes de comparaison Comprendre l'addition - Niveau 4 - dcd + Niv. 1 à 3	Problèmes de comparaison Comprendre la soustraction - Niveau 3 - dcc + Niv. 1 et 2
Séance 6	Problèmes de comparaison Comprendre l'addition - Niveau 4 (dcd) + Niv. 1 à 3	Problèmes de comparaison Comprendre la soustraction - Niveau 4 - dcd + Niv. 1 à 3
Séance 7	Problèmes de transformation Comprendre l'addition - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 à 4	Problèmes de comparaison Comprendre la soustraction - Niveau 4 (dcd) + Niv. 1 à 3
Séance 8	Problèmes de transformation Comprendre l'addition - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 à 4	Problèmes de transformation Comprendre la soustraction - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 à 4
Séance 9	Problèmes de transformation Comprendre l'addition - Niveau 4 - dcd et cdd + Niv. 1 à 4	Problèmes de transformation Comprendre la soustraction - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 à 4
Séance 10	Problèmes de transformation Comprendre l'addition - Niveaux 4 (dcc-cdc) et 5 (ddc et ddd) + Niv. 1 à 3	Problèmes de transformation Comprendre la soustraction - Niveau 4 - dcd et cdd + Niv. 1 à 4
Séance 11	Problèmes de combinaison Comprendre l'addition - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 à 4	Problèmes de transformation Comprendre la soustraction - Niveaux 4 (dcc-cdc) et 5 (ddc et ddd) + Niv. 1 à 3
Séance 12	Problèmes de combinaison Comprendre l'addition - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 à 4	Problèmes de combinaison Comprendre la soustraction - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 et 4
Séance 13	Problèmes de combinaison Comprendre l'addition - Niveau 4 - dcd et cdd + Niv. 1 à 4	Problèmes de combinaison Comprendre la soustraction - Niveau 3 - dcc et cdc + Niv. 1 et 4
Séance 14	Problèmes de combinaison Comprendre l'addition - Niveaux 4 (dcc-cdc) et 5 (ddc et ddd) + Niv. 1 à 3	Problèmes de combinaison Comprendre la soustraction - Niveau 4 - dcd et cdd + Niv. 1 à 4
Séance 15	Problèmes d'addition tous niveaux	Problèmes de combinaison Comprendre la soustraction - Niveaux 4 (dcc-cdc) et 5 (ddc et ddd) + Niv. 1 à 3

5 Sur la table, il y a 3 boîtes et 25 jetons.
Combien y a-t-il d'objets sur la table ?

Handwritten student work showing a problem: "5 Sur la table, il y a 3 boîtes et 25 jetons. Combien y a-t-il d'objets sur la table ?". The student uses a bar model with three boxes, each containing 25 tokens, and a total of 99. They also use a number line and a box model to show $25 + 25 + 25 = 99$.

Il y a 99 objets sur la table.

CE1 - Séance 5

Le Projet AIR2

Tableau 2. Évolution des taux de réussite de 81 élèves de CM1 en résolution de problèmes arithmétiques avant et après apprentissage selon la structure mathématique de l'énoncé. * : $p < 0.05$ et ** : $p < 0.01$.

	Pré-Test	Post-Test	Test statistique
Structure arithmétique	Taux de réussite (Écart Type)		t
Addition	82.82% (1.73)	86.52% (1.58)	2,34*
Soustraction	78.81% (2.35)	84.67% (1.84)	3,02**
Multiplication	59.25% (2.73)	79.01% (2.16)	7,37**

Tableau 3. Comparaison des taux de réussite des élèves de CM1 à l'épreuve finale et des élèves de CM2 à l'épreuve initiale selon la structure arithmétique des énoncés

	Post-Test CM1	Pré-Test CM2	Test statistique
	N = 81	N = 83	
Structure arithmétique	Taux de réussite (Écart Type)		t
Addition	86.52% (1.58)	84.54% (2.03)	0,84
Soustraction	84.67% (1.84)	84.74% (2.27)	0,03
Multiplication	79.01% (2.16)	73.25% (2.23)	1,68

	Groupe expérimental n=77			Groupe Contrôle n=73	Test t (b)-(c)
Scores	Prétest (a)	Posttest (b)	Test t (b)-(a)	Posttest (c)	
Total	m (x/36) = 19,92 (6,56) m= 55,34 %	m (x/36) = 26,34 (6,72) m= 73,16 %	11,94**	m (x/36) = 21,40 (6,91) m= 59,44 %	4,44**
Énoncés additifs	m (x/9) = 6,53 (1,77) m= 72,58 %	m (x/9) = 7,30 (1,89) m= 81,10 %	3,35**	m (x/9) = 6,52 (1,72) m= 72,45 %	2,63*
Énoncés soustractifs	m (x/9) = 6,13 (2,39) m= 68,11 %	m (x/9) = 7,17 (1,79) m= 79,65 %	4,49**	m (x/9) = 6,12 (2,31) m= 68,04 %	3,10*
Énoncés multiplicatifs	m (x/9) = 5,36 (2,10) m= 59,60 %	m (x/9) = 7,06 (1,65) m= 78,50 %	7,46**	m (x/9) = 5,62 (2,03) m= 62,40 %	4,80**
Énoncés divisifs	m (x/9) = 1,90 (2,02) m= 21,07 %	m (x/9) = 4,81 (2,81) m= 53,39 %	10,56**	m (x/9) = 3,10 (2,59) m= 34,40 %	3,87**

	CM1	CM1 expé	CM1 expé vs contrôle	
	Scores	Test t posttest vs prétest	test t posttest et p valeurs	
substitution	concordants 11 énoncés	11,49**	3,03*	p=.003
	discordants 25 énoncés	9,32**	4,71**	p < .001
scénario	concordants 19 énoncés	6,54**	2,54*	p=.01
	discordants 17 énoncés	12,92**	5,9**	p < .001
simulation	concordants 7 concordants	3,71**	2,26*	p=.025
	discordants 29 discordants	12,52**	4,79**	p < .001
		progrès significatifs du groupe expé sur toutes les catégories c et d	écarts significatifs avec le groupe contrôle sur toutes les catégories c et d	

Conclusion

- L'**analogie**, soutien de la construction de nouveaux savoirs
- Le formel en appui sur l'informel (**conceptions intuitives**)
- Surmonter les intuitions premières pour en construire de nouvelles (**recodage**)

Merci pour votre attention !

Emmanuel SANDER